

Estimación Rápida de Desplazamientos Laterales Producidos por Sismo

Dr. Ing. Hugo Scaletti Farina ¹

Introducción

Las normas de diseño sismorresistente hacen referencia a dos escenarios: el del sismo muy severo, frente al cual sólo se espera que la estructura no colapse, evitando la pérdida de vidas, y el de los sismos moderados o leves, que no deberían producir daños importantes en los elementos estructurales y no estructurales. Para lograr el objetivo de no colapso se requiere una combinación apropiada de resistencia y ductilidad; en cambio, para minimizar los daños producidos por eventos de menor intensidad se necesita rigidez, porque los daños están directamente relacionados con las máximas distorsiones en los entrepisos.

Una estimación rápida de tales distorsiones es útil, no sólo para un diseño preliminar, sino sobretodo para poder cuantificar los daños que un sismo de una intensidad dada podría producir en un conjunto muy grande de edificaciones, para las cuales no podría realizarse una evaluación detallada, que demandaría mucho más tiempo e información no siempre disponible.

En este documento se revisa el procedimiento propuesto por Miranda [1999] para una estimación rápida de desplazamientos máximos y distorsiones de entrepiso, que ha sido adaptado en el CISMID para estudios de vulnerabilidad sísmica en diversos distritos de Lima.

Modelo Básico

La estructura es representada por un modelo de dos componentes, una viga de flexión y una viga de corte, con propiedades constantes EI y GA respectivamente, que tienen el mismo desplazamiento lateral, $u(z)$. El comportamiento como viga de corte o viga de flexión se refiere a la estructura como un todo, no a los elementos individuales. Así, en una estructura aporticada con columnas esbeltas la deformación de los elementos sería esencialmente debida a la flexión, pero el comportamiento de la estructura como un todo frente a cargas laterales se asemejaría al de una viga de corte. Siendo H la altura total del edificio y η una medida adimensional de la relativa importancia de la componente de corte:

$$\eta = \frac{GAH^2}{EI}$$

Puede escribirse la ecuación diferencial de equilibrio:

$$\frac{d^4u}{dz^4} - \frac{\eta}{H^2} \frac{d^2u}{dz^2} = \frac{q(z)}{EI}$$

¹ Profesor Principal, Facultad de Ingeniería Civil, Universidad Nacional de Ingeniería, Lima

En la base la estructura está fija, teniéndose condiciones de borde: $u(0)=0$; $u'(0)=0$. En el extremo superior está libre, y por tanto: $u''(H)=0$; $Elu'''(H) - GAu'(H)=0$. En la ecuación diferencial $q(z)$ es la carga lateral, que podría suponerse triangularmente distribuida: $q = (z/H)q_{máx}$ o constante.

Para determinar frecuencias naturales y formas de modo puede análogamente escribirse:

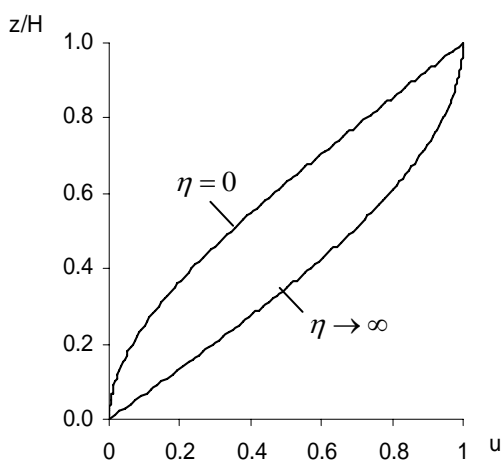
$$\frac{d^4\phi}{dz^4} - \frac{\eta}{H^2} \frac{d^2\phi}{dz^2} + \frac{m}{EI} \omega^2 \phi = 0$$

Siendo m la masa distribuida por unidad de longitud, que en lo que sigue se supone también constante, ϕ la forma de modo y ω la correspondiente frecuencia angular.

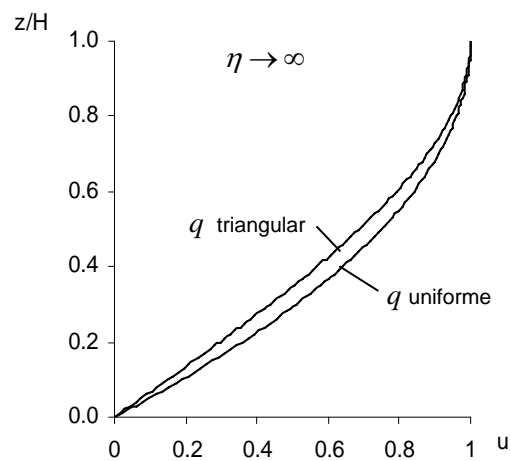
Pflücker [1988] comparó resultados de análisis detallados de edificios reales, de entre 5 y 18 pisos, con los obtenidos con el modelo de dos componentes. Los edificios estudiados fueron relativamente regulares en cuanto a la distribución en planta de las rigideces, pero no uniformes en altura. No obstante esto, obtuvo resultados muy similares para los desplazamientos laterales, las formas de modo y las fuerzas cortantes en cada nivel de los edificios reales y de los modelos de dos componentes.

Desplazamientos Laterales

La figura 1 muestra los desplazamientos laterales al aplicar fuerzas laterales con una distribución triangular invertida. H se refiere a la altura total del edificio y La forma depende de η ; se muestran los dos casos extremos. En la figura 2 se comparan desplazamientos debidos a cargas laterales con una distribución uniforme o triangular invertida, para el caso $\eta \rightarrow \infty$. Las diferencias son menos importantes a medida que η se reduce. En ambas figuras se han escalado los desplazamientos para tener 1 en el extremo superior.



1. Influencia de η en los Desplazamientos

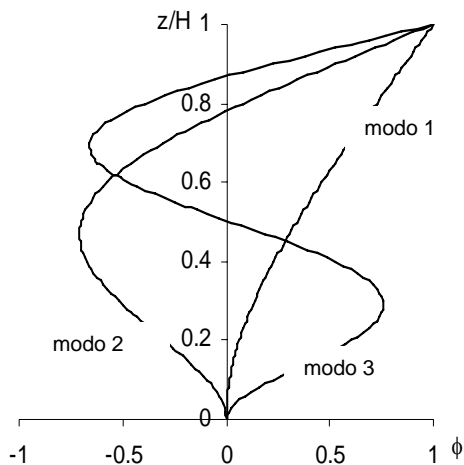


2. Influencia de la Distribución de Fuerzas

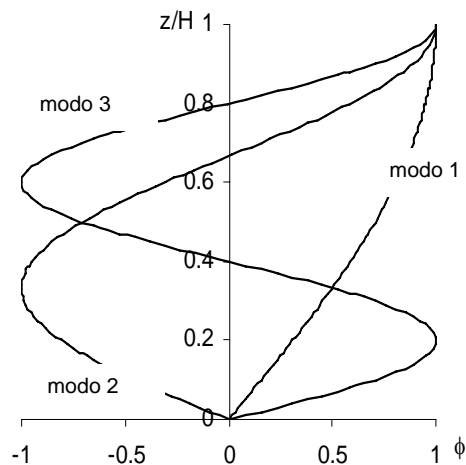
Al agregar más tabiquería a una estructura, se incrementa η , con lo que cambia la forma de la deformada producida por las fuerzas laterales, así como las formas de los modos de vibración, sus factores de participación y la distribución de fuerzas cortantes en la altura.

Modos de Vibración

Las figuras 3 y 4 muestran las formas de los tres primeros modos de vibración para los casos $\eta = 0$ (sólo componente flexional) y $\eta \rightarrow \infty$ (sólo componente de corte). El primer modo es similar a la deformada producida por fuerzas laterales.



3. Modos de vibración, caso $\eta = 0$



4. Modos de vibración, caso $\eta \rightarrow \infty$

Las frecuencias naturales para el sistema de dos componentes pueden relacionarse con las correspondientes frecuencias de una viga de flexión (es decir, con $\eta = 0$) con la misma masa (Pflücker [1988]):

$$\omega_1^2 \approx (1 + 0.22 \eta) \omega_{1\text{FLEXIÓN}}^2$$

$$\omega_2^2 \approx (1 + 0.05 \eta) \omega_{2\text{FLEXIÓN}}^2$$

Desplazamiento máximo

Refiriéndose al desplazamiento lateral máximo, puede suponerse que sólo la contribución del primer modo es significativa. Esta es una hipótesis relativamente buena para edificios regulares de baja altura (Léger et al. [1986]).

Por lo tanto, el desplazamiento lateral máximo debido a sismo podría obtenerse de: $u_{\text{máx}} = \beta_1 \phi_1 S_d$. En esta expresión S_d es el valor del espectro de desplazamiento que corresponde al período fundamental de la estructura, T_1 , que puede estimarse con expresiones empíricas a partir de la altura del edificio y del sistema estructural predominante. El primer modo ϕ_1 se aproxima por u (la solución de la ecuación diferencial planteada al inicio). Así, por ejemplo, si se tuviera $\eta \rightarrow \infty$ (viga de corte) y q linealmente variable, $u = z(3 - z^2)/2$. Finalmente, β_1 es una aproximación del correspondiente factor de participación. Nuevamente, si u se normalizara para tener 1 en el extremo superior el desplazamiento máximo sería $u_{\text{máx}} = \beta_1 S_d$.

Factor de Participación

Para el caso continuo puede escribirse:

$$\beta_1 = \frac{\int_0^H m \phi_1 dz}{\int_0^H m \phi_1^2 dz}$$

Para el caso $\eta \rightarrow \infty$ (viga de corte), aproximando ϕ_1 por la deformada estática para carga triangular se obtiene $\beta_1 = 1.28$, mientras que si se considera carga uniforme se obtiene $\beta_1 = 1.25$. La distribución de las fuerzas laterales influye muy poco en β_1 . Por otro lado, para el caso extremo $\eta = 0$ se obtiene $\beta_1 \approx 1.55$. Sin embargo, para un edificio de pocos pisos la expresión de β_1 debe remplazarse por su equivalente discreto, pudiéndose emplear la aproximación:

$$\beta_1 = \frac{3N}{2N + 1}$$

donde N es el número de pisos. Esta expresión resulta al suponer que el primer modo es lineal.

Máximas Distorsiones de Entrepiso

La máxima distorsión puede escribirse como β_2 veces la distorsión promedio, es decir,

$$\delta_{m\acute{a}x} = \beta_2 \frac{u_{m\acute{a}x}}{H}$$

El coeficiente β_2 puede obtenerse de:

$$\beta_2 = \text{m\acute{a}x} \left(\frac{du}{dz} \right) \frac{H}{u(H)}$$

Para $\eta \rightarrow \infty$ (viga de corte) se obtiene $\beta_2 = 1.5$ si se supone como forma de modo la deformada que corresponde a carga triangular y $\beta_2 = 2$ si se emplea la deformada para fuerza uniformemente distribuida. Con la forma de modo exacta se obtiene $\beta_2 = 1.875$. Por otro lado, si $\eta = 0$ se obtiene $\beta_2 \approx 1.33$, con poca influencia de la hipótesis relativa a la distribución de cargas.

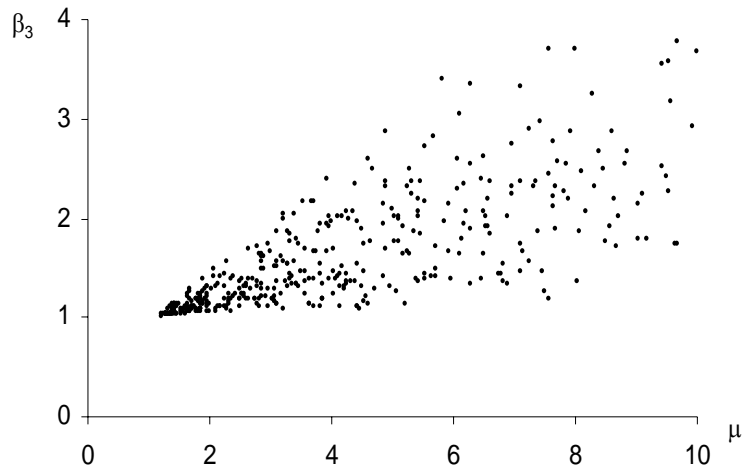
Comportamiento No Lineal

Considerando la no linealidad en el comportamiento de las estructuras sometidas a sismos severos, las expresiones precedentes deben corregirse:

$$u_{m\acute{a}x} = \beta_3 \beta_1 S_d$$

$$\delta_{m\acute{a}x} = \beta_4 \beta_2 \frac{u_{m\acute{a}x}}{H}$$

Para determinar el factor β_3 se estudiaron sistemas de un grado de libertad, con comportamiento elastoplástico o bilineal con 10% de rigidez post fluencia. Los períodos (en el rango lineal) estuvieron en el rango entre 0.1 y 3 segundos. Las fuerzas cortantes de fluencia se variaron entre 10% y 50% del peso. Las aceleraciones en la base correspondieron a las componentes horizontales de los sismos de 2001, 1974 y 1966. Al graficar β_3 contra las ductilidades μ (figura 5) se observa mucha dispersión. β_3 depende también del período, T .

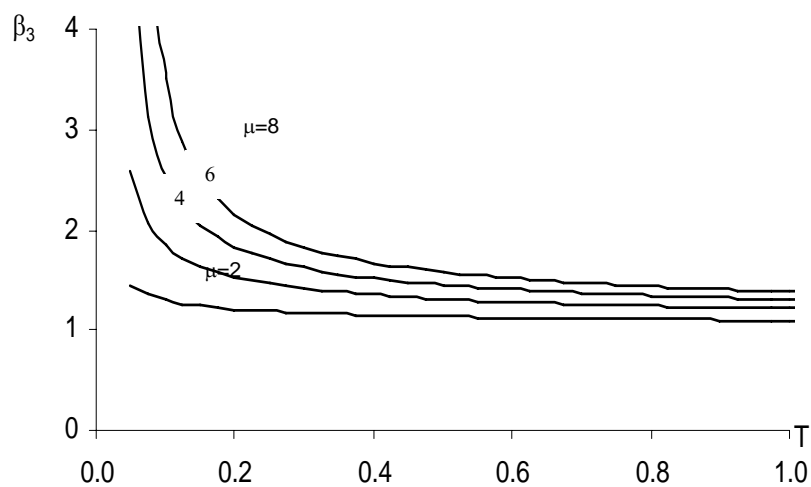


5. Gráfico de β_3 vs. ductilidad

Se propone la expresión:

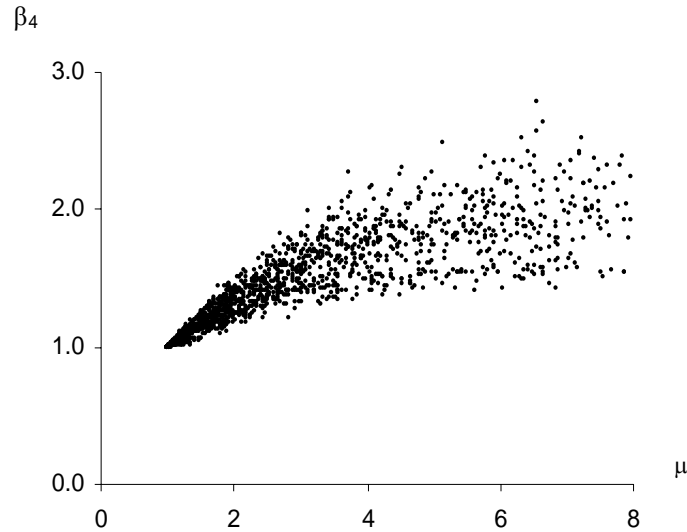
$$\frac{1}{\beta_3} = 1 + 0.132 \left(\frac{1}{\mu} - 1 \right) \left(\frac{T}{\mu} \right)^{-0.416}$$

para la cual se obtiene $R^2 = 0.56$. En la figura 6 se presentan los resultados al aplicar esta expresión.



6. Curvas propuestas para β_3 en función de T y μ

Por otro lado, se estudiaron estructuras (con modelos de acoplamiento cercano) de entre 2 y 15 pisos, con períodos fundamentales (en el rango lineal) entre 0.08 s y 2.25 s y con distintos cortantes de fluencia, que se mantuvieron iguales en todos los niveles. Los resultados para β_4 en función de μ se muestran en la figura 7.



7. Gráfica de β_4 vs. ductilidad

En este caso se propone: $\beta_4 = 1 + 0.2331(\mu - 1)^{1.0069}$ para la que se tiene $R^2 = 0.89$

Conclusiones

El desplazamiento máximo puede estimarse mediante $u_{m\acute{a}x} = \beta_3 \beta_1 S_d$. Para determinar S_d se requiere estimar el período fundamental. Para edificios de baja altura, $\beta_1 = 3N / (2N + 1)$, siendo N el número de pisos. Por otro lado:

$$\frac{1}{\beta_3} = 1 + 0.132 \left(\frac{1}{\mu} - 1 \right) \left(\frac{T}{\mu} \right)^{-0.416}$$

A partir del desplazamiento máximo se estima la máxima distorsión de entrepiso: $\delta_{m\acute{a}x} = \beta_4 \beta_2 \frac{u_{m\acute{a}x}}{H}$

β_2 puede suponerse aproximadamente igual a 1.5 y $\beta_4 = 1 + 0.2331(\mu - 1)^{1.0069}$

Referencias

- Léger, P., Wilson, E. y Clough, R. (1986). *The Use of Load Dependent Vectors for Dynamic and Earthquake Analyses*. Earthquake Engineering Research Center. University of California, Berkeley. Report N° UCB/EERC-86/04
- Miranda, E. (1999). Approximate lateral deformation demands in multistory buildings. *Journal of Structural Engineering ASCE*. 125: 417-425
- Pflücker, M. (1988). *Efectos de la Tabiquería en el Comportamiento Dinámico de Estructuras Aporticadas*. Tesis de grado para el título de ingeniero civil. Universidad Nacional de Ingeniería. Lima.