



UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL
CENTRO PERUANO JAPONES DE INVESTIGACIONES
SISMICAS Y MITIGACION DE DESASTRES




COMPORTAMIENTO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO REFORZADAS CON FIBRAS DE CARBONO EN LA REHABILITACION DE ESTRUCTURAS


Elaborado por : Ing. RICARDO PROAÑO

CISMID

3/30/2007



UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL
CENTRO PERUANO JAPONES DE INVESTIGACIONES
SISMICAS Y MITIGACION DE DESASTRES



En respuesta a la creciente necesidad de reparar o rehabilitar estructuras de concreto reforzado, han surgido nuevas tecnologías de reforzamiento estructural entre las cuales los polímeros reforzados con fibras de carbono de alta resistencia (CFRP) son una alternativa real para la industria de la construcción dada la relación costo-beneficio, facilidad de colocación etc.

Con respecto a esto proporcionarán algunos lineamientos conservadores para la filosofía del diseño utilizada en la actualidad y de los valores ϕ de fiabilidad del material.

El objetivo principal de este documento es tratar de describir el comportamiento de las estructuras de concreto reforzado con CFRP a través de los diagramas de momento-curvatura correspondientes a secciones compuestas (concreto-acero-CFRP) sometidas a flexión, también se muestra la formulación matemática para la obtención de estos diagramas.

3/30/2007



1. - APLICACIONES :

- Aumento de la capacidad debido a algún cambio de uso.
- Reparaciones de secciones agrietadas.
- Reforzamiento alrededor de nuevas aberturas en placas.
- Confinamiento pasivo para aumentar la resistencia sísmica etc.

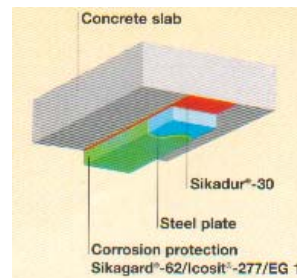
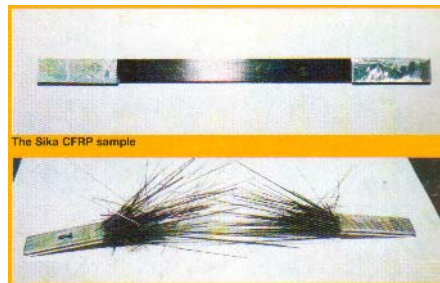
2. - LIMITACIONES EN SU USO :

- La condición del concreto en la zona donde se debe de colocar las fibras esté deteriorada.
- Existencia de corrosión sustancial en el acero de refuerzo interno.
- La no existencia de acero suficiente para proporcionar un comportamiento dúctil al elemento de concreto armado.

3/30/2007



3. - DESCRIPCION DE LA FIBRA DE CARBONO Y SU APLICACION EN VIGAS Y LOSAS DE CONCRETO ARMADO



3/30/2007



UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
 FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL
 CENTRO PERUANO JAPONES DE INVESTIGACIONES
 SISMICAS Y MITIGACION DE DESASTRES




4. - FILOSOFIA DE DISEÑO PARA EL REFORZAMIENTO


Los lineamientos básicos para el diseño que están siendo considerados por el instituto americano del concreto (ACI 440-F) se ajustan a lo siguiente:

- Limites en el comportamiento de la resistencia para mantener el comportamiento dúctil.
- Factores ϕ apropiados (fiabilidad) y limites en la resistencia de diseño.
- Criterio mínimo requerido antes del reforzamiento para prevenir el colapso del pegamento adhesivo toda vez que pueda estar comprometido a eventos incontrolables (fuego, vandalismo, impacto, etc.).

3/30/2007



UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
 FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL
 CENTRO PERUANO JAPONES DE INVESTIGACIONES
 SISMICAS Y MITIGACION DE DESASTRES



4.1. - Umbral de resistencia de estructuras previas al reforzamiento

La estructura debe de ser capaz de resistir las cargas de servicio sin fluencia del acero de refuerzo y que la resistencia ultima del sistema sin reforzamiento exceda las nuevas cargas de servicio por un factor de 1.2.

$$\phi S_n = 1.2 (S_D + S_L + \dots)$$

Estos factores de seguridad son necesarios para considerar la probabilidad de coincidencia de carga no prevista, material de baja resistencia, influencias de construcción no previstas, influencias ambientales no previstas, perdida de la adherencia del adhesivo debido a altas temperaturas, buen comportamiento del elemento reforzado a lo largo del tiempo.

4.2. - Mínima cuantía de refuerzo para asegurar un comportamiento "Pseudo- Dúctil"

$$\rho = A_s / bd \leq 0.75 \rho_b$$

Lo cual garantizará que la estructura en caso de sobrecarga mostrará una deformación excesiva y una alerta visible de colapso.

3/30/2007



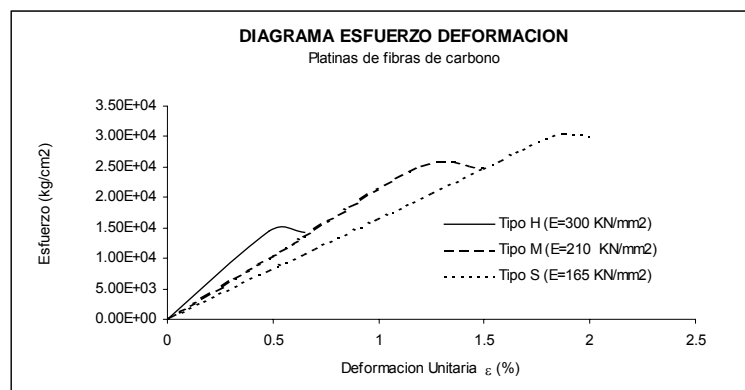
5. - PROPIEDADES MECANICAS DE LAS FIBRAS DE CARBONO

Las platinas CFRP son una combinación de fibras de carbono y una matriz de resina epóxica y tiene en la dirección de la fibra una resistencia y rigidez muy altas, así como un comportamiento excepcional a la fatiga, mejor que la del acero y además su densidad es muy baja. Las fibras están colocadas en dirección longitudinal correspondiendo a la dirección de la sollicitación, de esta forma la lamina tiene una dirección unidireccional.

Las fibras son los elementos con capacidad de carga y la matriz epóxica sirve para unir entre sí las fibras, permite la transferencia de carga entre las fibras y las protege del medio ambiente.

Las características mecánicas en dirección longitudinal son determinadas por el tipo de fibra y por el contenido en volumen de fibras en la platina.

3/30/2007



3/30/2007



6. - PROPIEDADES MECANICAS DEL ADHESIVO.

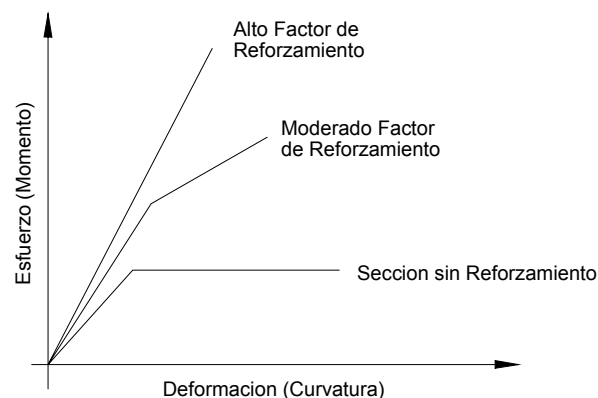
El adhesivo es usado para unir las fibras de carbono al elemento estructural y para sellar el sustrato, previniendo las perdidas del epóxico desde el tejido saturado. A continuación se muestran los rangos para las propiedades mecánicas del adhesivo existentes en el mercado.

	Adhesivo Epóxico
Esfuerzo máximo a la compresión	$> 75 \text{ N/mm}^2 - 100 \text{ N/mm}^2$
Esfuerzo adhesivo en acero	$> 10 \text{ N/mm}^2 - 26 \text{ N/mm}^2$
Esfuerzo adhesivo en el concreto	$> 2 \text{ N/mm}^2$
Modulo de Elasticidad	$9000 \text{ N/mm}^2 - 128000 \text{ N/mm}^2$
Temperaturas de trabajo	$49^\circ\text{C} - 93^\circ\text{C} (120^\circ\text{F} - 200^\circ\text{F})$


3/30/2007




7. - COMPORTAMIENTO DE SECCIONES REFORZADAS CON FIBRAS DE CARBONO



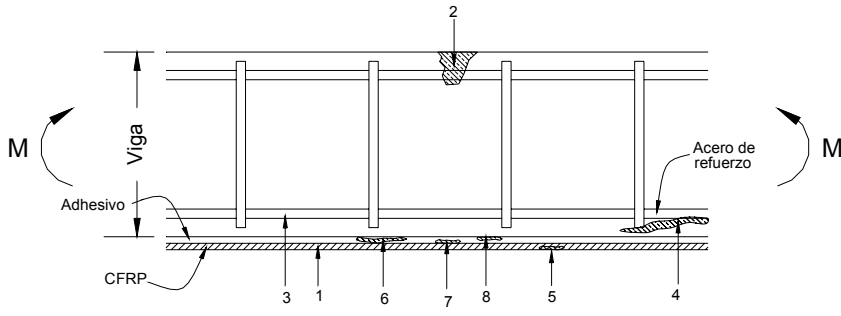
3/30/2007



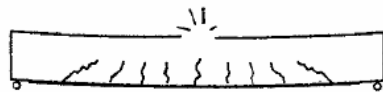
UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
 FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL
 CENTRO PERUANO JAPONES DE INVESTIGACIONES
 SISMICAS Y MITIGACION DE DESASTRES



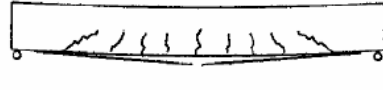
8. – TIPOS DE FALLA EN VIGAS REFORZADAS CON FIBRAS DE CARBONO



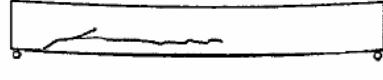
3/30/2007



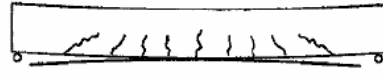
Falla frágil del concreto en compresión



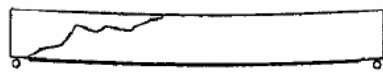
Falla por rotura de la platina FRP



Falla por desmembramiento de la cobertura
De concreto

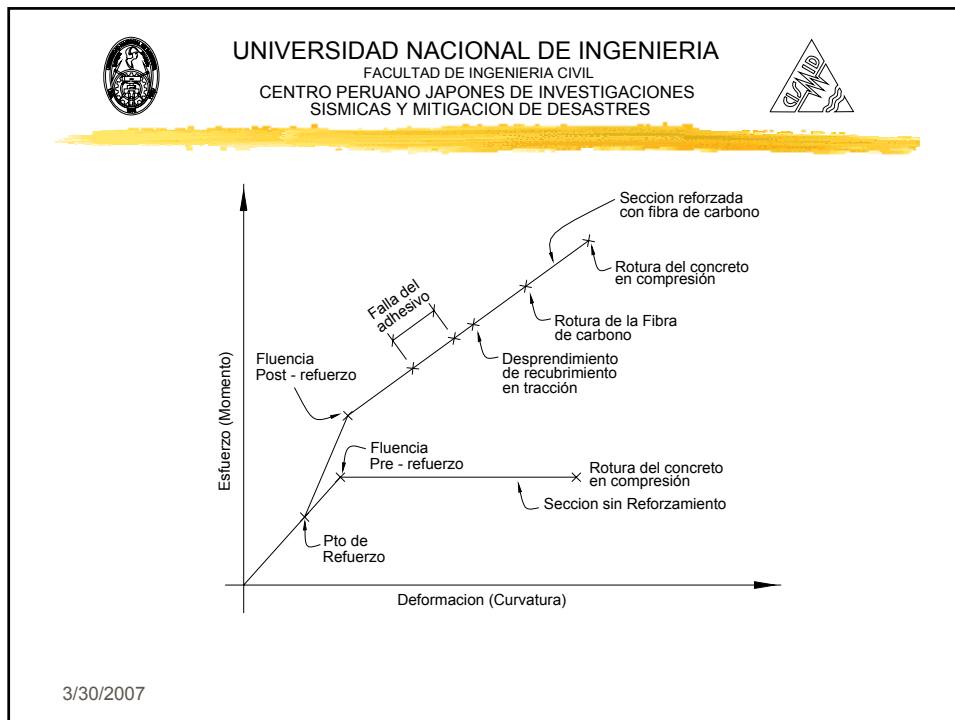




Falla por delaminación de la platina FRP
en el extremo de la misma



Falla por cortante de la viga

3/30/2007




UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
 FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL
 CENTRO PERUANO JAPONES DE INVESTIGACIONES
 SISMICAS Y MITIGACION DE DESASTRES
 

9. - FACTORES ϕ PARA EL DISEÑO DE ESTRUCTURAS REFORZADAS CON FIBRAS DE CARBONO (CFRP)

Los conceptos preliminares actuales que están siendo considerados por el ACI 440-F implican el uso de un método con un único y con varios factores ϕ sin embargo es de importancia recordar que en la actualidad varios tipos de materiales son usados para la reparación y rehabilitación de estructuras de concreto tales como: polímeros con fibra de vidrio (GFRP), polímeros reforzados con fibras de carbono (CFRP) y polímeros reforzados con fibras aramid (AFRP). Estos materiales compuestos vienen en diferentes presentaciones incluyendo entre otras platinas e hilos. Cada uno de estos materiales y sus variaciones se fabrican en forma diferente y poseen distintas propiedades de material y desempeño y es instalado en forma única.

3/30/2007



Kelly et al. (1997) sugirió el uso de un factor ϕ general de 0.7 en el diseño para aplicaciones de reforzamiento a flexión con CFRP.

Karbhari y Seible (1997) señalan que los materiales FRP tienen registros de datos incompletos y deben de ser tratados como materiales en desarrollo. Por esta razón sugiere el siguiente procedimiento conservador para la determinación de los valores ϕ_f :

$$\phi_f = \phi_{Mat} * \phi_{Proc} * (\phi_{Curado} + \phi_{Loc}) * \phi_{Degr}$$

- ϕ_{Mat} : debido a la incertidumbre del material.
- ϕ_{Proc} : debido al proceso de elaboración.
- ϕ_{Curado} : debido a la variación de propiedades según el curado.
- ϕ_{Loc} : debido a la incertidumbre en el nivel de desempeño.
- ϕ_{Degr} : debido a la degradación de las propiedades en el tiempo.

3/30/2007



Para tejido de fibras de carbono saturado en obra, el documento de Karbhari y Seible (1997) sugieren $\phi_{Mat} = 0.97$, $\phi_{Proc} = 0.75$, $\phi_{Curado} = 0.9$, $\phi_{Loc} = 0.90$, $\phi_{Degr} = 0.75$, obteniéndose un valor de $\phi_{fibra} = 0.45$. Los valores propuestos para ϕ_{fibra} , ϕ_{Mat} , ϕ_{Proc} , ϕ_{Curado} , ϕ_{Loc} , ϕ_{Degr} son mucho mas bajos que los utilizados comúnmente para el concreto y el acero ($\phi_C = 0.90$, $\phi_S = 0.90$ en flexión).


Siguiendo con la determinación del factor ϕ apropiado para el material CFRP lo cual es una tarea ambigua independiente del método utilizado la aproximación para incorporar un factor ϕ en la formulación de la resistencia global deberá ser establecido. El método canadiense ULSD aplica el factor ϕ del CFRP solo en la parte de la ecuación relacionada con la contribución del CFRP a la resistencia global.

Con lo anteriormente descrito la ecuación de la resistencia a la flexión se una sección reforzada podría estar dada por:


$$Mn = \phi \left[\alpha (\epsilon_{cm}) \cdot f_{2c} \cdot b \cdot kd \cdot \left(\frac{h}{2} - \gamma (\epsilon_{cm}) \cdot kd \right) + (Ef \cdot bf \cdot ef \cdot ef) \cdot \left(\frac{-h}{2} - \frac{ef}{2} \right) + \sum_{i=0}^n fs_{ij} \cdot As_{ij} \cdot \left(\frac{h}{2} - d_i \right) \right]$$

$$Mn = \left[\phi_C \left[\alpha (\epsilon_{cm}) \cdot f_{2c} \cdot b \cdot kd \cdot \left(\frac{h}{2} - \gamma (\epsilon_{cm}) \cdot kd \right) \right] + \phi_f \left[(Ef \cdot bf \cdot ef \cdot ef) \cdot \left(\frac{-h}{2} - \frac{ef}{2} \right) \right] + \phi_S \left[\sum_{i=0}^n fs_{ij} \cdot As_{ij} \cdot \left(\frac{h}{2} - d_i \right) \right] \right]$$

3/30/2007



UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
 FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL
 CENTRO PERUANO JAPONES DE INVESTIGACIONES
 SISMICAS Y MITIGACION DE DESASTRES



A continuación se muestran los valores de ϕ que distribuye Sika (uno de los principales distribuidores de CFRP en Europa y América) que, según ellos, deben de ser utilizadas hasta que nuevas investigaciones indiquen lo contrario.


Tabla 1. Valores ϕ para el diseño recomendados

Modo de falla	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ
	Concreto	Acero	Platinas Sika Carbodur	Sika Wrap (Carbono)	Sika Wrap (vidrio)	Sikadur epoxico
Tensión Directa	--	0.90	0.60	0.45	0.25	--
Flexión	0.90	0.90	0.60	0.45	0.25	--
Compresión (estribos)	0.70	0.70	0.60	0.45	0.25	--
Compresión (espiral)	0.75	0.75	0.60	0.45	0.25	--
Corte	0.85	0.85	0.60	0.45	0.25	--
Adherencia (tensión al corte)	0.50	0.70	0.60	0.45	0.25	0.40

3/30/2007



UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
 FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL
 CENTRO PERUANO JAPONES DE INVESTIGACIONES
 SISMICAS Y MITIGACION DE DESASTRES

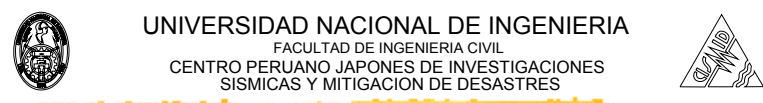


10. - ELABORACION DE LA CURVA DE MOMENTO CURVATURA PARA SECCIONES DE CONCRETO REFORZADO CON FIBRAS DE CARBONO

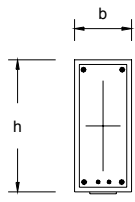
Con el fin de obtener la curva de momento curvatura de una sección de concreto armado que ha sido reforzada o rehabilitada se debe de tener en cuenta que estos elementos estaban sometidos a solicitaciones antes del reforzamiento propiamente dicho con fibras de carbono

En resumen para hacer el equilibrio de fuerzas en la sección y la compatibilidad de deformaciones se debe de tener en cuenta que el concreto y el acero tienen tanto deformaciones iniciales ϵ_{c_0} y ϵ_{s_i} , respectivamente, las cuales deben de ser tomadas en cuentas en la formulación de las ecuaciones que describirán el comportamiento de la sección reforzada.

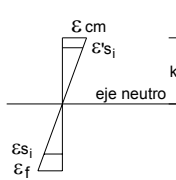
3/30/2007



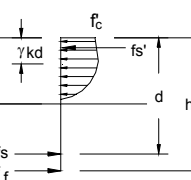
UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
 FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL
 CENTRO PERUANO JAPONES DE INVESTIGACIONES
 SISMICAS Y MITIGACION DE DESASTRES



Seccion



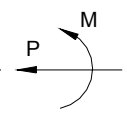
Deformacion



Esfuerzos

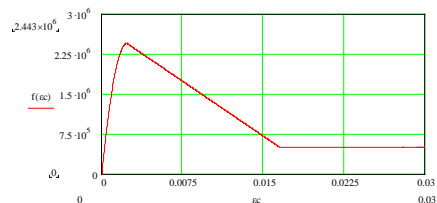
$T_c = A_s' f_s$
 C
 $T_s = A_s f_s$
 $T_f = A_f f_f$

fuerzas internas



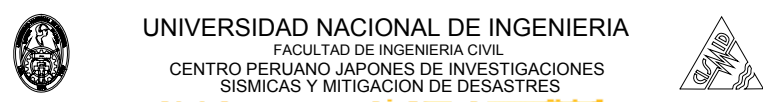
Acciones externas

Esfuerzo - Deformación del Concreto - kent y park (1986):



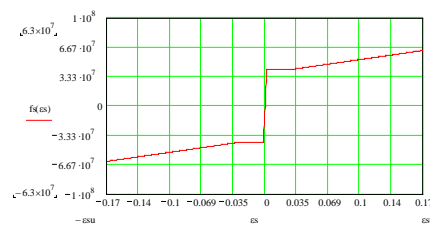
3/30/2007

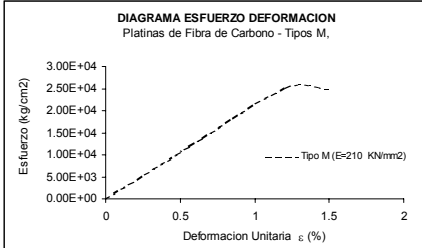
$$f(\alpha) := \begin{cases} k \cdot f_{2c} \cdot \left[2 \cdot \frac{\alpha c}{k \cdot \alpha_0} - \left(\frac{\alpha c}{k \cdot \alpha_0} \right)^2 \right] & \text{if } \alpha c \leq k \cdot \alpha_0 \\ k \cdot \alpha_0 & \text{if } k \cdot \alpha_0 < \alpha c \\ k \cdot f_{2c} \cdot [1 - Z_m \cdot (\alpha c - k \cdot \alpha_0)] & \text{if } \alpha c < \alpha_{20c} \\ 0.2 \cdot k \cdot f_{2c} & \text{otherwise} \end{cases}$$



UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
 FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL
 CENTRO PERUANO JAPONES DE INVESTIGACIONES
 SISMICAS Y MITIGACION DE DESASTRES

Esfuerzo - Deformación del Acero:





3/30/2007

$$f_s(\epsilon_s) := \begin{cases} -f_y + \frac{(f_u - f_y)}{(\epsilon_{su} - \epsilon_{sh})} \cdot (\epsilon_s + \epsilon_{sh}) & \text{if } \epsilon_s < \epsilon_{sh} \\ -f_y & \text{if } -\epsilon_{sh} \leq \epsilon_s < -\epsilon_{so} \\ \epsilon_s \cdot \epsilon_s & \text{if } -\epsilon_{so} \leq \epsilon_s \leq \epsilon_{so} \\ f_y & \text{if } \epsilon_{so} \leq \epsilon_s \leq \epsilon_{sh} \\ f_y + \frac{(f_u - f_y)}{(\epsilon_{su} - \epsilon_{sh})} \cdot (\epsilon_s - \epsilon_{sh}) & \text{if } \epsilon_s > \epsilon_{sh} \end{cases}$$



UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
 FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL
 CENTRO PERUANO JAPONES DE INVESTIGACIONES
 SISMICAS Y MITIGACION DE DESASTRES



Siendo las deformaciones del concreto ε_{c0} y las deformaciones de las varillas de concreto ε_{s_i} , para el estado en el cual se empieza a analizar la sección reforzada

La deformación de la fibra extrema en compresión de la sección esta dada por " ε_{cm} " la cual estará por encima de la deformación inicial ε_{c0} .

La deformación de las varillas de acero ε_{s_i} estarán dadas por:

$$\varepsilon_{s_i} = (\varepsilon_{cm} - \varepsilon_{c0}) \cdot \frac{(kd - d_i)}{kd} + \varepsilon_{s0}$$

Las deformaciones de la fibra de carbono estará dada por KI veces la deformación obtenida de la compatibilidad de deformaciones en donde KI es la razón deformaciones medias máximas.

$$\varepsilon_f := \frac{1}{kI} \cdot \left[(-1) \cdot (\varepsilon_{cm} - \varepsilon_{c0}) \cdot \frac{(h - kd)}{kd} \right]$$

3/30/2007



UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
 FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL
 CENTRO PERUANO JAPONES DE INVESTIGACIONES
 SISMICAS Y MITIGACION DE DESASTRES



Los esfuerzos f_{s_i} de las varillas de acero correspondientes a las deformaciones ε_{s_i} obtenidas a partir de la curva esfuerzo deformación, se pueden encontrar multiplicando por las áreas respectivas A_{s_i}


$$T_{s_i} = f_{s_i} \cdot A_{s_i}$$

La fuerza de compresión en el concreto C se puede encontrar a partir de la curva de esfuerzo deformación del concreto para la cual para una deformación " ε_{cm} " en la fibra extrema en compresión. Según esto se puede definir la fuerza de compresión del concreto y su posición según los parámetros " α " y " γ ".


$$C = \alpha f_c b kd$$

Que actúa a una distancia γkd de la fibra extrema en compresión. Se puede determinar el factor α del esfuerzo medio y el factor γ del centroide para cualquier deformación ε_{cm} en la fibra extrema en compresión para secciones rectangulares.

3/30/2007



UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
 FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL
 CENTRO PERUANO JAPONES DE INVESTIGACIONES
 SISMICAS Y MITIGACION DE DESASTRES



El área bajo la curva esfuerzo deformación es :

$$\alpha = \frac{\int_0^{\epsilon_{cm}} f_c d\epsilon}{f_c \cdot \epsilon_{cm}}$$


$$\alpha(\bar{\epsilon}) := \begin{cases} \frac{\bar{\epsilon}}{\bar{\epsilon}_0} - \frac{(\bar{\epsilon})^2}{3 \cdot k \cdot (\bar{\epsilon}_0)^2} & \text{if } \bar{\epsilon} \leq \bar{\epsilon}_0 \\ \frac{\bar{\epsilon}_0 \cdot \left(1 - \frac{1}{3 \cdot k}\right) + k \cdot (1 + k \cdot Z_m \cdot \bar{\epsilon}_0) \cdot (\bar{\epsilon} - \bar{\epsilon}_0) - k \cdot Z_m \cdot \left[\frac{(\bar{\epsilon})^2}{2} - \frac{(\bar{\epsilon}_0)^2}{2}\right]}{\bar{\epsilon}} & \text{if } \bar{\epsilon}_0 < \bar{\epsilon} \leq \bar{\epsilon}_{20c} \\ \frac{\bar{\epsilon}_0 \cdot \left(1 - \frac{1}{3 \cdot k}\right) + k \cdot (1 + k \cdot Z_m \cdot \bar{\epsilon}_0) \cdot (\bar{\epsilon}_{20c} - \bar{\epsilon}_0) - k \cdot Z_m \cdot \left[\frac{(\bar{\epsilon}_{20c})^2}{2} - \frac{(\bar{\epsilon}_0)^2}{2}\right] + 0.2 \cdot k \cdot (\bar{\epsilon} - \bar{\epsilon}_{20c})}{\bar{\epsilon}} & \text{otherwise} \end{cases}$$

El primer momento alrededor del origen del área bajo la curva esfuerzo deformación


$$\gamma = 1 - \frac{\int_0^{\epsilon_{cm}} \epsilon \cdot f_c d\epsilon}{\epsilon_{cm} \cdot \int_0^{\epsilon_{cm}} f_c d\epsilon}$$

$$\gamma(\bar{\epsilon}) := \begin{cases} 1 - \frac{\left[\frac{2 \cdot (\bar{\epsilon})^3}{3 \cdot \bar{\epsilon}_0} - \frac{(\bar{\epsilon})^4}{4 \cdot k \cdot (\bar{\epsilon}_0)^2}\right]}{\bar{\epsilon}_0 \cdot \left[\frac{(\bar{\epsilon})^3}{3 \cdot k \cdot (\bar{\epsilon}_0)^2}\right]} & \text{if } \bar{\epsilon} \leq \bar{\epsilon}_0 \\ 1 - \frac{\left[\bar{\epsilon}_0^2 \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4 \cdot k}\right) + k \cdot (1 + k \cdot Z_m \cdot \bar{\epsilon}_0) \cdot \left[\frac{(\bar{\epsilon})^2}{2} - \frac{(\bar{\epsilon}_0)^2}{2}\right] - k \cdot Z_m \cdot \left[\frac{(\bar{\epsilon})^3}{3} - \frac{(\bar{\epsilon}_0)^3}{3}\right]\right]}{\bar{\epsilon} \cdot \left[\bar{\epsilon}_0 \cdot \left(1 - \frac{1}{3 \cdot k}\right) + k \cdot (1 + k \cdot Z_m \cdot \bar{\epsilon}_0) \cdot (\bar{\epsilon} - \bar{\epsilon}_0) - k \cdot Z_m \cdot \left[\frac{(\bar{\epsilon})^2}{2} - \frac{(\bar{\epsilon}_0)^2}{2}\right]\right]} & \text{if } \bar{\epsilon}_0 < \bar{\epsilon} \leq \bar{\epsilon}_{20c} \\ 1 - \frac{\left[\bar{\epsilon}_0^2 \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4 \cdot k}\right) + k \cdot (1 + k \cdot Z_m \cdot \bar{\epsilon}_0) \cdot \left[\frac{(\bar{\epsilon}_{20c})^2}{2} - \frac{(\bar{\epsilon}_0)^2}{2}\right] - k \cdot Z_m \cdot \left[\frac{(\bar{\epsilon}_{20c})^3}{3} - \frac{(\bar{\epsilon}_0)^3}{3}\right] + 0.2 \cdot k \cdot \left[\frac{(\bar{\epsilon})^2}{2} - \frac{(\bar{\epsilon}_{20c})^2}{2}\right]\right]}{\bar{\epsilon} \cdot \left[\bar{\epsilon}_0 \cdot \left(1 - \frac{1}{3 \cdot k}\right) + k \cdot (1 + k \cdot Z_m \cdot \bar{\epsilon}_0) \cdot (\bar{\epsilon}_{20c} - \bar{\epsilon}_0) - k \cdot Z_m \cdot \left[\frac{(\bar{\epsilon}_{20c})^2}{2} - \frac{(\bar{\epsilon}_0)^2}{2}\right] + 0.2 \cdot k \cdot (\bar{\epsilon} - \bar{\epsilon}_{20c})\right]} & \text{otherwise} \end{cases}$$

3/30/2007



UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
 FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL
 CENTRO PERUANO JAPONES DE INVESTIGACIONES
 SISMICAS Y MITIGACION DE DESASTRES



En consecuencia se pueden escribir las ecuaciones de equilibrio de fuerzas como :


$$P = \phi_c \cdot \alpha \cdot f_c \cdot b \cdot kd + \phi_T \cdot E_f \cdot b_f \cdot e_f \cdot e_f + \phi_s \cdot \sum_{i=0}^n f_{s_i} \cdot A_{s_i}$$

$$M = \phi_c \cdot \alpha(\epsilon_{cm}) \cdot f_c \cdot b \cdot kd \cdot \left(\frac{h}{2} - \gamma \cdot kd\right) + \phi_T \cdot (E_f \cdot b_f \cdot e_f \cdot e_f) \cdot \left(\frac{-h}{2} - \frac{e_f}{2}\right) + \phi_s \cdot \sum_{i=0}^n f_{s_i} \cdot A_{s_i} \cdot \left(\frac{h}{2} - d_i\right)$$


La curvatura ψ está dada por: $\psi = \frac{\epsilon_{cm}}{kd}$

Finalmente se puede determinar la relación teórica de momento curvatura para un nivel dado de carga axial, incrementando la deformación del concreto en la fibra extrema en compresión. Para cada valor de "εcm" se encuentra la profundidad "kd" del eje neutro que satisface el equilibrio de fuerzas en la dirección axial hasta obtener la carga axial externa en el elemento y con esto se encuentra el momento flector asociado a la curvatura determinada por εcm y kd.

3/30/2007



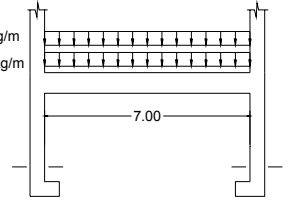
UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
 FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL
 CENTRO PERUANO JAPONES DE INVESTIGACIONES
 SISMICAS Y MITIGACION DE DESASTRES



11. - EJEMPLO DE APLICACION

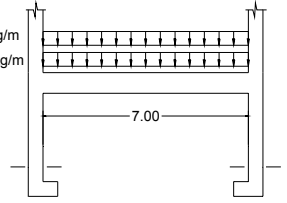
Se procederá al calculo de la curva para la sección de una viga que corresponde a un pórtico de una edificación que en un inicio tenia como uso el de oficina (S/C = 200 kg/m²) y el cual se quiere utilizar como sala de computadoras (S/C = 350 kg/m²).

Wl = 1000 kg/m
Wd = 2000 kg/m




Estado Inicial

Wl = 1750 kg/m
Wd = 2000 kg/m




Estado Final

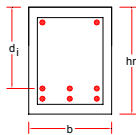
3/30/2007



UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
 FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL
 CENTRO PERUANO JAPONES DE INVESTIGACIONES
 SISMICAS Y MITIGACION DE DESASTRES



La sección de la viga de concreto armado es :



b=25cm
h=40cm

El momento máximo en el centro de luz antes del cambio de uso es


Md = 9,380 kg-m MI = 3,925 kg-m Mu = 1.5 Md + 1.8 MI = 21,135 kg-m

El momento máximo en el centro de luz después del cambio de uso será :


Md = 9,380 kg-m MI = 6,870 kg-m Mu = 1.5 Md + 1.8 MI = 26,436 kg-m

Según la filosofía de diseño para el reforzamiento la sección deberá tener una capacidad mayor que la requerida inicialmente, que sea dúctil y que la resistencia ultima del sistema sin reforzamiento exceda las nuevas cargas de servicio por un factor de 1.2.

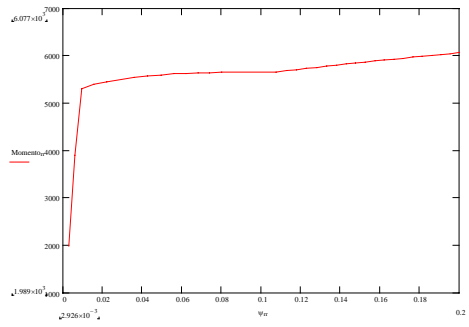
3/30/2007




UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
 FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL
 CENTRO PERUANO JAPONES DE INVESTIGACIONES
 SISMICAS Y MITIGACION DE DESASTRES




A) La capacidad de la sección de concreto armado (sin fibra) es de $M_n = 23,910 \text{ kg-m}$.
 El diagrama de Momento curvatura de sección sin fibras de carbono es el que se muestra en el grafico. Tiene una ductilidad $\mu = 8.38$



3/30/2007



UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
 FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL
 CENTRO PERUANO JAPONES DE INVESTIGACIONES
 SISMICAS Y MITIGACION DE DESASTRES



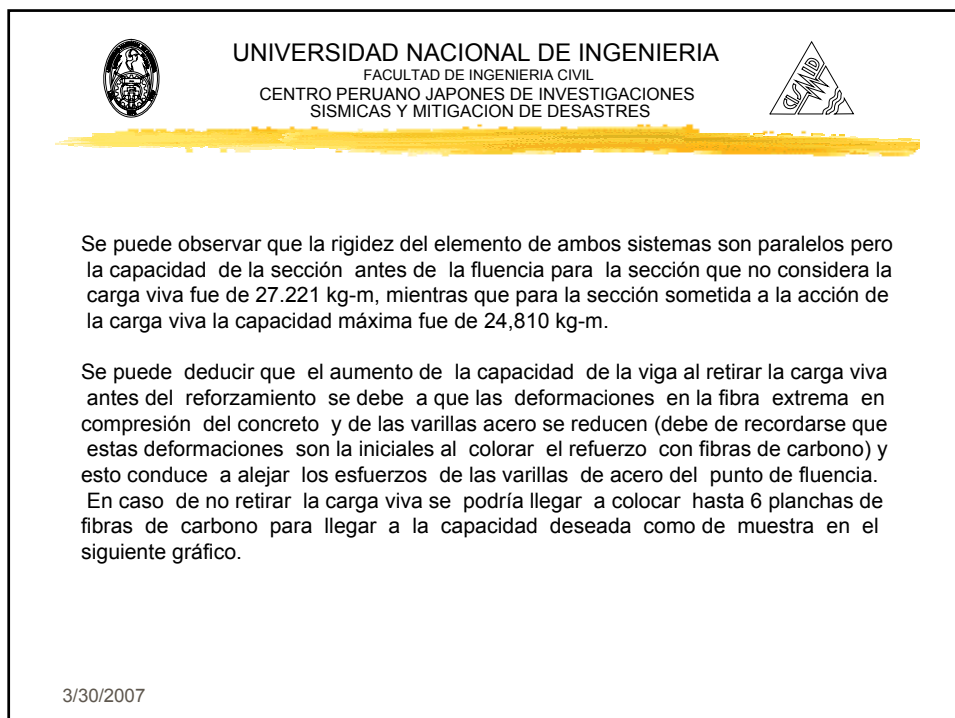
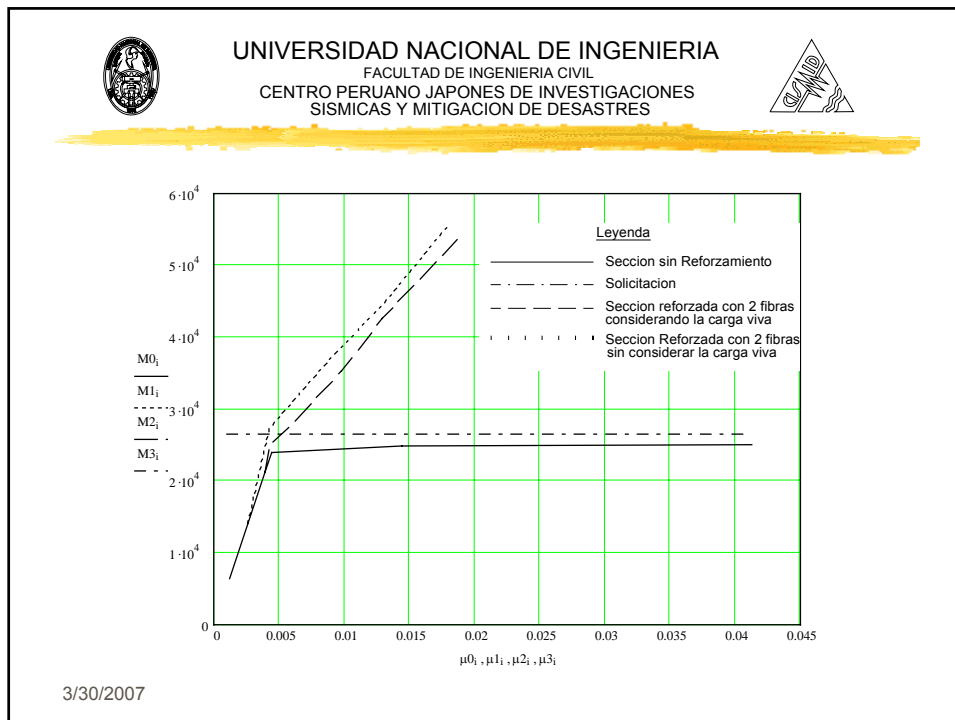
B) La resistencia ultima del sistema con las nuevas cargas:

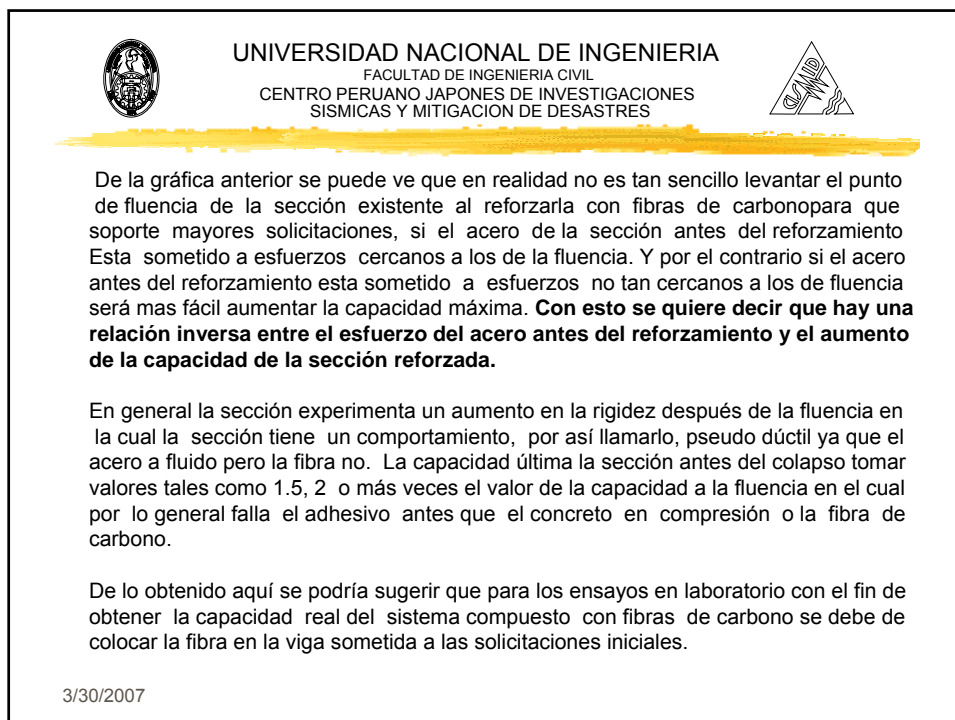
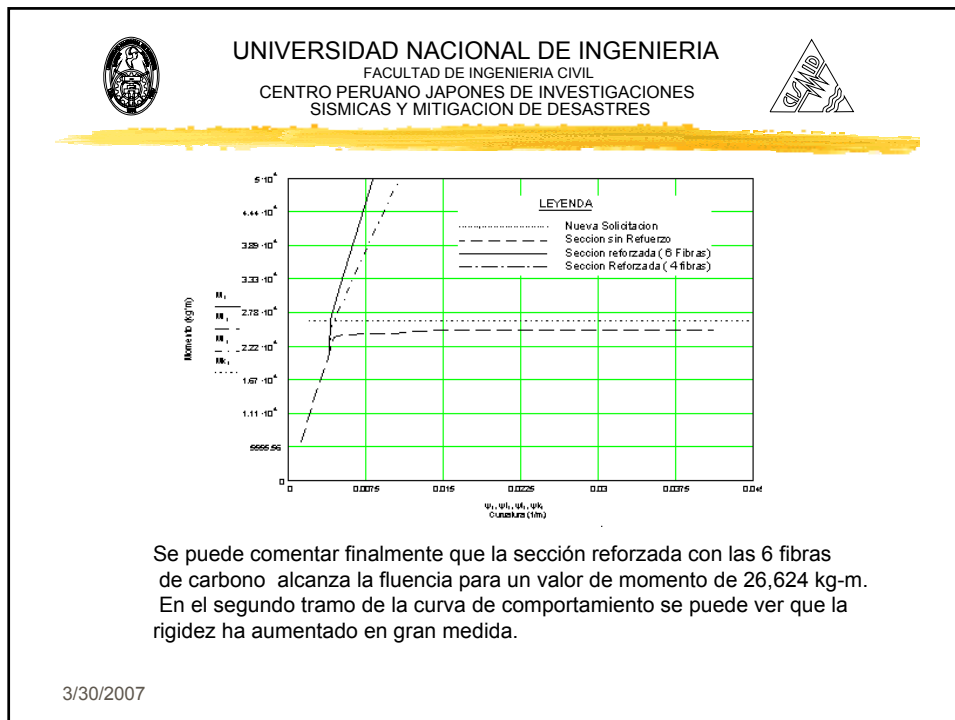
$$\phi M_n \geq 1.2 M_u = 1.2 (M_d + M_l)$$

$$0.9 * (23910 \text{ kg-m}) = 21,520 \text{ kg-m} \geq 1.2 (9380 \text{ kg-m} + 6870 \text{ kg-m}) = 19,500 \text{ kg-m}$$

C) Siguiendo con el procedimiento descrito en el ítem 2 se obtiene la grafica de momento curvatura para la sección reforzada con 2 fibras de carbono Tipo M ($E = 210 \text{ KN/mm}^2$) de dimensiones: 1.2mm de espesor y 8.0 cm de ancho. considerando 2 formas, la primera fue colocando las fibras sin retirar la carga viva existente y la segunda fue quitando la carga viva existente por completo de la viga a reforzar.

3/30/2007





 UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL
CENTRO PERUANO JAPONES DE INVESTIGACIONES
SISMICAS Y MITIGACION DE DESASTRES 

FOTOS

3/30/2007

 UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL
CENTRO PERUANO JAPONES DE INVESTIGACIONES
SISMICAS Y MITIGACION DE DESASTRES 

 Fibras de carbono

 Fibras de carbono agrupadas con resina epóxica

3/30/2007

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL
CENTRO PERUANO JAPONES DE INVESTIGACIONES
SISMICAS Y MITIGACION DE DESASTRES

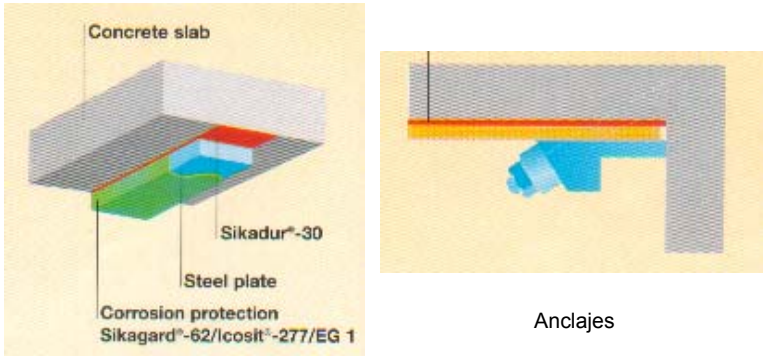


Colocación de adhesivo en la fibra antes de la puesta en obra

Colocación de fibra en viga o losa

3/30/2007

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL
CENTRO PERUANO JAPONES DE INVESTIGACIONES
SISMICAS Y MITIGACION DE DESASTRES



Concrete slab

Sikadur®-30



Steel plate

Corrosion protection Sikagard®-62/cosit®-277/EG 1

Anclajes

Descripción del elemento compuesto
Concreto armado - Fibra - Adhesivo

3/30/2007

 UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL
CENTRO PERUANO JAPONES DE INVESTIGACIONES
SISMICAS Y MITIGACION DE DESASTRES 



Izquierda: Prueba de adherencia del adhesivo epóxico.

Derecha: prueba para el contenido de humedad, etc.

3/30/2007

 UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL
CENTRO PERUANO JAPONES DE INVESTIGACIONES
SISMICAS Y MITIGACION DE DESASTRES 

**PREPARACION DE VIGAS PARA
ENSAYOS EXPERIMENTALES**

3/30/2007

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL
CENTRO PERUANO JAPONES DE INVESTIGACIONES
SISMICAS Y MITIGACION DE DESASTRES



Colocación del adhesivo epóxico sobre la plancha de fibras de carbono

3/30/2007

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL
CENTRO PERUANO JAPONES DE INVESTIGACIONES
SISMICAS Y MITIGACION DE DESASTRES



Preparacion de vigas testigo para ensayo CISMID: Izquierda, limpieza de la plancha de CFRP. Derecha, limpieza y escarificado de la superficie de concreto post- reparación.

3/30/2007

 UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL
CENTRO PERUANO JAPONES DE INVESTIGACIONES
SISMICAS Y MITIGACION DE DESASTRES 



Viga reparada y reforzada con planchas de fibras de carbono

3/30/2007

 UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL
CENTRO PERUANO JAPONES DE INVESTIGACIONES
SISMICAS Y MITIGACION DE DESASTRES 



Ensayo de flexión pura para viga reforzada con fibras de carbono.

3/30/2007

 UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL
CENTRO PERUANO JAPONES DE INVESTIGACIONES
SISMICAS Y MITIGACION DE DESASTRES 



Falla: Esta es la falla más común en las vigas de concreto armado en donde la falla se produce por desprendimiento del adhesivo del concreto.



3/30/2007

 UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL
CENTRO PERUANO JAPONES DE INVESTIGACIONES
SISMICAS Y MITIGACION DE DESASTRES 





Se observa el desprendimiento de la fibra por la falla del adhesivo va acompañada de otras (desprendimiento del recubrimiento).


3/30/2007

 UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL
CENTRO PERUANO JAPONES DE INVESTIGACIONES
SISMICAS Y MITIGACION DE DESASTRES 

COLOCADO EN OBRA


3/30/2007


 UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL
CENTRO PERUANO JAPONES DE INVESTIGACIONES
SISMICAS Y MITIGACION DE DESASTRES 

3) Ensayos de campo : a) ensayo de adherencia entre epóxico y la superficie de concreto b) humedad relativa

3/30/2007

 UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL
CENTRO PERUANO JAPONES DE INVESTIGACIONES
SISMICAS Y MITIGACION DE DESASTRES 



4) colocado de la planchas de fibras de carbono


3/30/2007

 UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL
CENTRO PERUANO JAPONES DE INVESTIGACIONES
SISMICAS Y MITIGACION DE DESASTRES 





5) Garantizar el pegado uniforme de la fibra con el adhesivo :
con la finalidad de eliminar las burbujas de aire, se observa la
utilización de un rodillo.

3/30/2007



UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
 FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL
 CENTRO PERUANO JAPONES DE INVESTIGACIONES
 SISMICAS Y MITIGACION DE DESASTRES

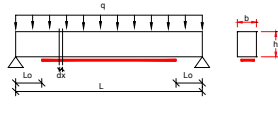


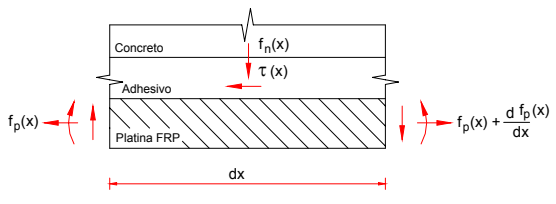


6) Protección de la fibra de carbono
 Colocar resina epoxica sobre la fibra de carbono con el fin de protegerla del medio ambiente.

3/30/2007

Análisis de Esfuerzo Cortante





$$\tau(x) = tp \cdot \frac{d}{dx} fp(x) \quad \dots\dots(1)$$

$$\frac{d}{dx} fp(x) = \frac{Ga}{tp} \cdot \left(\frac{d}{dy} \mu + \frac{d}{dx} v \right) \quad \dots\dots(2)$$

donde m y n son los desplazamientos horizontal y vertical en la capa del adhesivo respectivamente y Ga es el modulo elástico de cortante del adhesivo y x e y son las direcciones de análisis (x paralelo al eje de la platina de fibra de carbono e y perpendicular a esta).

$$\frac{d^2}{dx^2} v = \frac{M}{Ec \cdot I_{tr}} \quad \dots\dots(4)$$

$$\frac{d^2}{dy \cdot dx^2} \mu = \frac{1}{ta} \cdot (\epsilon_p - \epsilon_c) \quad \dots\dots(5)$$

Donde: $\epsilon_p = \frac{fp(x)}{Ep}$ $\epsilon_c = \frac{fc(x)}{Ec}$

3/30/2007

$$\frac{d^2}{dx^2} f_p(x) - \frac{G_a}{t_p \cdot t_a \cdot E_p} \cdot f_p(x) = -\frac{G_a}{E_c \cdot t_a \cdot t_p} \cdot f_c(x) \dots (8)$$

$$\frac{d^2}{dx^2} f_p(x) - A \cdot f_p(x) = -\frac{G_a}{E_c \cdot t_a \cdot t_p} \cdot f_c(x) \dots (8)$$

Donde la solución homogénea es:

$$Y_h = c_1 \cdot e^{\sqrt{A} \cdot x} + c_2 \cdot e^{-\sqrt{A} \cdot x} = C_1 \cdot \sinh(\sqrt{A} \cdot x) + C_2 \cdot \cosh(\sqrt{A} \cdot x)$$

La solución particular es de la forma

$$Y_p = b_1 \cdot x^2 + b_2 \cdot x + b_3$$

ya que: $f_c(x) = \frac{M(x) \cdot Y}{I_{tr}}$

$M(X) = -w \cdot X^2/2 + w(L/2 - L_o) \cdot X + w/2 \cdot L_o \cdot (L - L_o)$

3/30/2007

Condición de borde 1: La fuerza o esfuerzo axial en la platina en el extremo izquierdo de la misma debe de ser igual a cero.

$$\tau(x = L_s) = 0$$

Condición de borde 2: El esfuerzo cortante en el adhesivo en el punto donde el cortante es nulo o el momento flector máximo debe de ser igual a cero.

$$f_p(x = 0) = 0$$

3/30/2007

De lo cual la solución general de la ecuación (8) para el esfuerzo axial en la platina de la fibra de carbono sería:

$$f_p(x) = Y = Y_h + Y_p = C1 \cdot \sinh(\sqrt{A} \cdot x) + C2 \cdot \cosh(\sqrt{A} \cdot x) + b1 \cdot x^2 + b2 \cdot x + b3 \quad \dots(9)$$

Y el esfuerzo cortante en el adhesivo es:

$$\tau(x) = t_p \cdot (C1 \cdot \sqrt{A} \cdot \cosh(\sqrt{A} \cdot x) + C2 \cdot \sqrt{A} \cdot \sinh(\sqrt{A} \cdot x) + 2 \cdot b1 \cdot x + b2) \quad \dots(13)$$

donde:

$$A = \frac{Ga}{t_p \cdot t_a \cdot E_p} \quad b1 = \frac{a1 \cdot Y \cdot E_p}{E_c \cdot l_{tr}} \quad b2 = \frac{Y \cdot E_p}{E_c \cdot l_{tr}} \cdot (2 \cdot a1 \cdot L_o + a2)$$

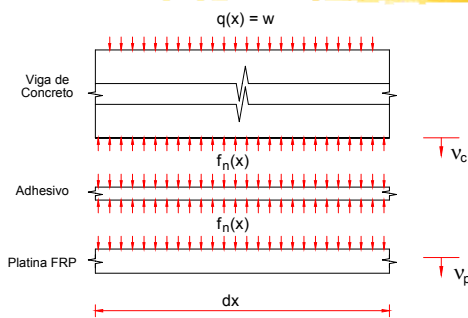
$$b3 = \frac{E_p \cdot Y}{E_c \cdot l_{tr}} \cdot (a1 \cdot L_o^2 + a2 \cdot L_o + a3) + 2 \cdot b1 \cdot \frac{t_p \cdot t_a \cdot E_p}{Ga}$$

$$a1 = -\frac{w}{2} \quad a2 = \frac{w \cdot L}{2} \quad a3 = 0$$

$$C1 = \frac{\left[-C2 \cdot \left[\sqrt{A} \cdot \sinh \left[\sqrt{A} \cdot \left(\frac{L}{2} - L_o \right) \right] \right] - \left[2 \cdot b1 \cdot \left(\frac{L}{2} - L_o \right) + b2 \right] \right]}{\left[\sqrt{A} \cdot \cosh \left[\sqrt{A} \cdot \left(\frac{L}{2} - L_o \right) \right] \right]} \quad \text{ó} \quad C1 = -C2 = b3$$

3/30/2007

Análisis de Esfuerzo Normal



$$-E_c \cdot I_c \cdot \frac{d^4}{dx^4} v_c = q - b_p \cdot f_n(x) \quad \dots(15)$$

$$-E_p \cdot I_p \cdot \frac{d^4}{dx^4} v_p = b_p \cdot f_n(x) \quad \dots(16)$$

Por otro lado considerando la deformación de la capa del epoxico, entonces $f_n(x)$ puede ser expresada como :

$$f_n(x) = K_n \cdot (v_p - v_c) \quad \dots(17) \quad \text{donde:} \quad K_n = \frac{E_a}{T_a}$$

Luego diferenciando 4 veces la Ec 17:

$$\frac{d^4}{dx^4} v_p = \frac{1}{E_p \cdot I_p} \cdot (b_p \cdot f_n(x))$$

$$\frac{d^4}{dx^4} v_c = \frac{1}{E_c \cdot I_c} \cdot (q - b_p \cdot f_n(x))$$

3/30/2007

$$\frac{d^4}{dx^4}fn(x) = Kn \cdot \left[-\left[\frac{1}{Ep \cdot Ip} \cdot (bp \cdot fn(x)) \right] + \frac{1}{Ec \cdot Ic} \cdot (q - bp \cdot fn(x)) \right]$$

$$\frac{d^4}{dx^4}fn(x) + 4 \cdot \beta^4 \cdot fn(x) = \frac{Kn}{Ec \cdot Ic} \cdot q$$

y la solución homogénea de esta ecuación es:

$$Y_h = e^{-\beta \cdot x} \cdot (D1 \cdot \cos(\beta \cdot x) + D2 \cdot \sin(\beta \cdot x)) + e^{\beta \cdot x} \cdot (D3 \cdot \cos(\beta \cdot x) + D4 \cdot \sin(\beta \cdot x))$$

La solución particular será de la forma $Y_p = Y$

$$Y_p = \frac{q}{Ec \cdot Ic \cdot \left[bp \cdot \left(\frac{1}{Ep \cdot Ip} + \frac{1}{Ec \cdot Ic} \right) \right]}$$

El calculo de las constantes D1 y D2 deben de ser calculadas usando apropiadamente las condiciones de borde en el extremo de la platina de fibra de carbono.

$$D2 = \frac{Kn}{Ec \cdot Ic} \cdot \frac{Mc}{2 \cdot \beta^2} \quad \dots(31)$$

$$D1 = \frac{Kn}{Ep \cdot Ip} \cdot \frac{Vp}{2 \cdot \beta^3} - \frac{Kn}{Ec \cdot Ic} \cdot \frac{Vc + \beta \cdot Mc}{(2 \cdot \beta^3)} \quad \dots(32)$$

3/30/2007

ESFUERZOS CORTANTES EN LA CAPA DE ADHESIVO

ESFUERZOS NORMALES ENTRE LA PLATINA FRP Y LA VIGA DE CONCRETO

ESFUERZOS AXIALES EN LA PLATINA FRP

3/30/2007

Fallas por delaminación de la platina y por desmembramiento de la cobertura de Concreto en el extremo de la platina

Falla por delaminación de la Platina FRP
Falla por desmembramiento de La cobertura de concreto

3/30/2007

ANÁLISIS DEL ESFUERZO CORTANTE ENTRE DOS GRIETAS DE FLEXIÓN EXISTENTES EN UNA VIGA DE CONCRETO ARMADO.

Dado a que las grietas juegan un papel importante en la redistribución del esfuerzo cortante intersticial en la capa del adhesivo. Se utilizará la misma formulación para el esfuerzo cortante

$$\tau(x) = t_p \cdot (C_1 \cdot \sqrt{A} \cdot \cosh(\sqrt{A} \cdot x) + C_2 \cdot \sqrt{A} \cdot \sinh(\sqrt{A} \cdot x) + 2 \cdot b_1 \cdot x + b_2) \dots (13)$$

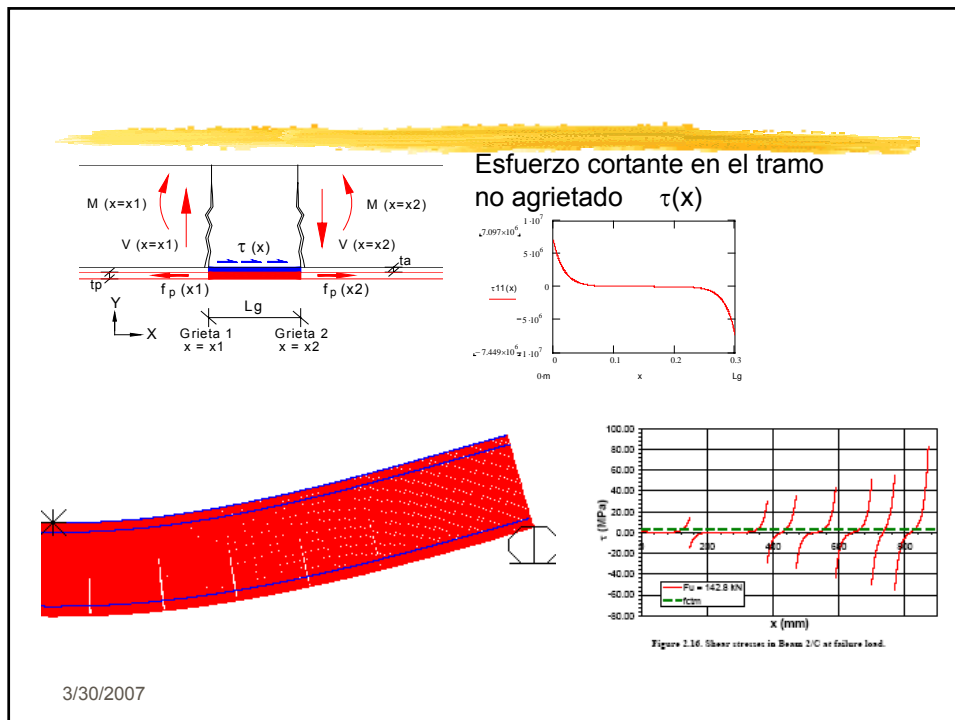
$$f_p(x) = C_1 \cdot \sinh(\sqrt{A} \cdot x) + C_2 \cdot \cosh(\sqrt{A} \cdot x) + b_1 \cdot x^2 + b_2 \cdot x + b_3$$

Donde las constantes C1 y C2 son calculadas a través de las nuevas condiciones de equilibrio

$$C_1 = \frac{\cosh(\sqrt{A} \cdot x_1) \cdot (b_1 \cdot x_2^2 + b_2 \cdot x_2 + b_3 - f_p(x_2)) - \cosh(\sqrt{A} \cdot x_2) \cdot (b_1 \cdot x_1^2 + b_2 \cdot x_1 + b_3 - f_p(x_1))}{\sinh(\sqrt{A} \cdot x_1) \cdot \cosh(\sqrt{A} \cdot x_2) - \sinh(\sqrt{A} \cdot x_2) \cdot \cosh(\sqrt{A} \cdot x_1)}$$

$$C_2 = \frac{-C_1 \cdot \sinh(\sqrt{A} \cdot x_2) - (b_1 \cdot x_2^2 + b_2 \cdot x_2 + b_3 - f_p(x_2))}{\cosh(\sqrt{A} \cdot x_2)}$$

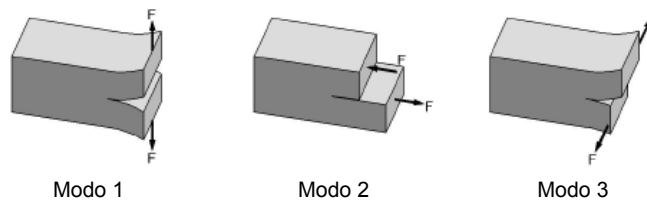
3/30/2007



ANALISIS DEL COMPORTAMIENTO DE LA INTERFASE EN CORTANTE PURO

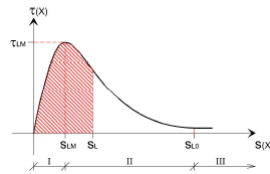
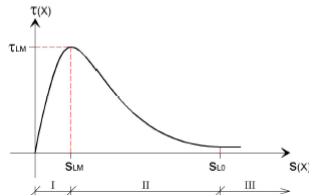
En 1957, Irvin introdujo una identificación de diferentes movimientos de propagación de grietas los cuales son categorizados en tres grupos:

- Modo 1 - de Abertura:** Las superficies de las caras de la grieta se separan entre si en dirección perpendicular al plano de la grieta. Es asumido que solo esfuerzos de tensión se desarrollan en este modo de fractura.
- Modo 2 - de Corte:** Las superficies de la grieta se deslizan entre si de forma paralela al plano de la grieta. Es asumido que solo esfuerzos de corte se desarrollan en este modo de fractura.
- Modo 3 - de Tearing:** Las superficies de la grieta se desplazan entre si lateralmente y en forma paralela al plano de la grieta. En este caso solo esfuerzos de corte pueden ser desarrollados.



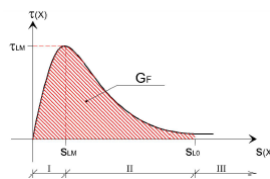
3/30/2007

Relaciones de esfuerzo deformación en el adhesivo



Energía acumulada en un punto

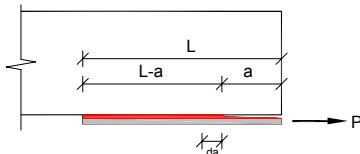
- Estado I** : en el cual hay una relación elástica no lineal esfuerzo-deformación
- Estado II**: en el cual hay una relación inelástica no lineal de esfuerzo-deformación
- Estado III**: en el que la platina se despega de la viga de concreto armado



Energía de fractura en un punto

3/30/2007 Fuente: Barbara Ferracuti – Universidad de Bologna (Italia)

TEORIA DE LA FRACTURA – CONCEPTO ENERGETICO



Si la grieta crece un diferencial de longitud da , la energía almacenada en la lamina variara cuantitativamente en una cantidad que se expresa en la ecuación 3.5 desde que puede ser asumida que la platina es sustancialmente larga y la deformación almacenada en la parte en contacto de la platina no depende de su longitud.

$$dU_L = dU_{L,a} + dU_{L,1-a} = \frac{1}{2} \cdot \frac{P^2}{E_L \cdot t_p \cdot b_p} \cdot da$$

La energía liberada, cuando la fractura se incrementa en una longitud da es:

$$dW = G_F \cdot b_p \cdot da$$

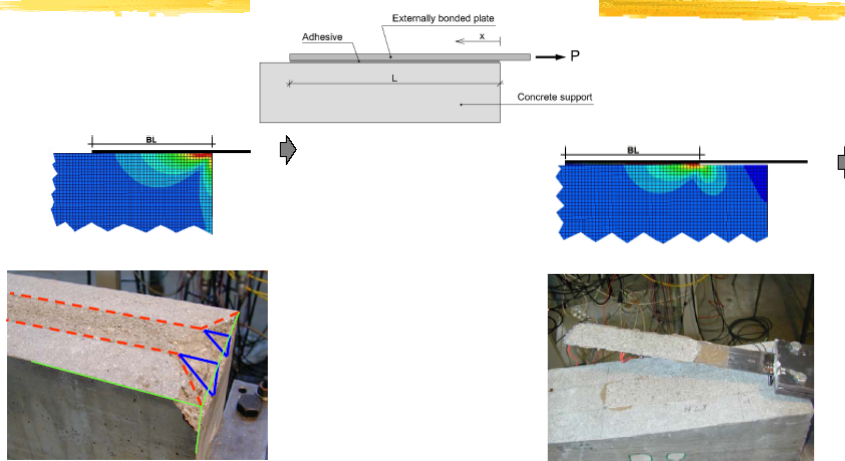
Así, el crecimiento de la fractura es posible cuando la energía liberada se iguala con la energía almacenada, como se muestra en la ecuación 3.7. de esta ecuación la máxima fuerza aplicada es obtenida de la ecuación 3.8

$$G_F \cdot b_p \cdot da = \frac{1}{2} \cdot \frac{P^2}{E_L \cdot t_p \cdot b_p} \cdot da$$

$$P_{max} = b_p \cdot \sqrt{2 \cdot G_F \cdot E_p \cdot t_p}$$

3/30/2007

ANALISIS DEL COMPORTAMIENTO DE LA INTERFASE EN CORTANTE PURO

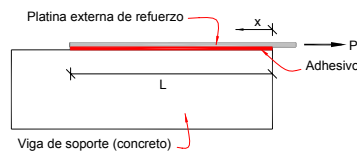


Diagramas de esfuerzo cortante en el adhesivo entre la platina y la viga de concreto
 Autor: Barbara Ferracuti – Universidad de Bologna (Italia)

3/30/2007

ECUACIONES QUE GOBIERNAN EL COMPORTAMIENTO DE CORTE PURO

LA ECUACIÓN DE VOLKERSEN



Las ecuaciones que gobiernan describen una situación de esfuerzos en una conexión por adherencia que puede ser derivada usando las siguientes suposiciones.

- El adhesivo es solo expuesto a esfuerzos cortantes.
- El espesor y ancho de los materiales adheridos y adhesivo son constantes a lo largo de toda la longitud de contacto.
- El efecto de flexión de los materiales adheridos no son considerados
- Desde que la rigidez axial del concreto es mucho mayor que la rigidez axial de la platina FRP, las deformaciones axiales del concreto son despreciadas.
- El esfuerzo normal es uniformemente distribuido a lo largo de la sección de la platina.

3/30/2007

El desplazamiento relativo de la lamina con respecto al soporte puede ser llamado deslizamiento o desplazamiento relativo de la platina s .

$$\frac{d}{dx} s(x) = \varepsilon(x)_p = \frac{\sigma(x)_p}{E_p}$$

Luego la Ecuación que describe el comportamiento de un punto de contacto:

$$\frac{d^2}{dx^2} s(x) = \frac{1}{E_p} \cdot \left(\frac{d}{dx} \sigma(x)_p \right) = \frac{1}{E_p \cdot t_p} \cdot \tau(x) \quad \frac{d^2}{dx^2} s(x) - \frac{1}{E_p \cdot t_p} \cdot \tau(x) = 0$$

La ecuación puede ser resuelta asumiendo relaciones constitutivas entre el esfuerzo cortante y el desplazamiento relativo, $\tau = f(s)$.

3/30/2007

Relaciones de adherencia y desplazamiento relativo (Bond - Slip)

Modelo - Ferracuti (2003)

$$\tau_p(sp) := \tau \cdot \frac{|sp|}{s} \cdot \frac{n}{(n-1) + \left(\frac{|sp|}{s}\right)^n}$$

Modelo Bilineal - Brosens (2001)

$$s(x) = \begin{cases} \frac{S_{LM}}{\tau_{LM}} \cdot \tau(x) & \text{(Zona I)} \\ S_{LM} + \frac{(S_{LO} - S_{LM})}{\tau_{LM}} \cdot (\tau_{LM} - \tau(x)) & \text{(Zona II)} \end{cases}$$

3/30/2007

ECUACIÓN DE VOLKERSEN PARA UN NUDO SUJETO A CORTANTE SIMPLE

En la **zona I**, de la ecuación: $\frac{d^2}{dx^2} s(x) - \frac{1}{E_p \cdot t_p} \cdot \tau(x) = 0$

y de la ecuación para S(x) en el tramo ascendente: $s(x) = S_{LM} \cdot \tau(x)$

$$\frac{d^2}{dx^2} \sigma(x) - (\Omega_1)^2 \cdot \sigma(x) = 0 \quad \dots(3.14)$$

$$\text{donde: } (\Omega_1)^2 = \frac{\tau_{LM}}{S_{LM}} \cdot \frac{1}{E_p \cdot t_p} = \frac{1}{E_p \cdot t_p} \cdot \frac{2 \cdot Gf_1}{(S_{LM})^2} = \frac{1}{E_p \cdot t_p} \cdot \frac{(\tau_{LM})^2}{2 \cdot Gf_1}$$

En la **zona II**, de la ecuación :

$$\frac{d^2}{dx^2} s(x) - \frac{1}{E_p \cdot t_p} \cdot \tau(x) = 0$$

y de la ecuación S(x) para el tramo descendente:

$$s(x) = S_{LM} + \left(\frac{S_{LO} - S_{LM}}{\tau_{LM}} \right) \cdot (\tau_{LM} - \tau(x))$$

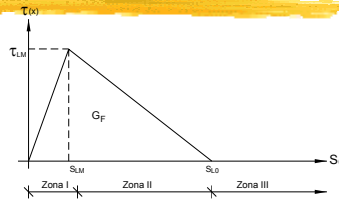
$$\frac{d^2}{dx^2} \sigma(x) + (\Omega_2)^2 \cdot \sigma(x) = 0 \quad \dots(3.17)$$

Podemos tener en cuenta que:

$$\text{donde: } (\Omega_2)^2 = \frac{\tau_{LM}}{(S_{LO} - S_{LM})} \cdot \frac{1}{E_p \cdot t_p} = \frac{1}{E_p \cdot t_p} \cdot \frac{2 \cdot Gf_2}{(S_{LO} - S_{LM})^2} = \frac{1}{E_p \cdot t_p} \cdot \frac{(\tau_{LM})^2}{2 \cdot Gf_2}$$

$$\frac{\Omega_2}{\Omega_1} = \sqrt{\frac{S_{LM}}{S_{LO} - S_{LM}}} = \sqrt{\frac{Gf_1}{Gf_2}}$$

3/30/2007



COMPORTAMIENTO DE UN NUDO ADHERIDO PREVIO A LA INICIACION DEL PROCESO DE PÉRDIDA DE LA ADHERENCIA (O DEBONDING)

Estado 1

$$\frac{d^2}{dx^2} \sigma(x) - (\Omega_1)^2 \cdot \sigma(x) = 0$$

$$\sigma(x) = C1 \cdot \cosh(\Omega_1 \cdot x) + C2 \cdot \sinh(\Omega_1 \cdot x)$$

$$\tau(x) = tp \cdot (C1 \cdot \Omega_1 \cdot \sinh(\Omega_1 \cdot x) + C2 \cdot \Omega_1 \cdot \cosh(\Omega_1 \cdot x))$$

Las condiciones de borde son:

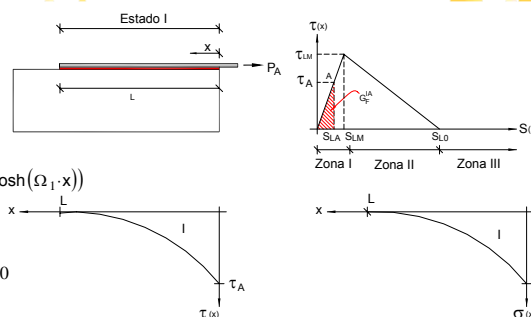
$$\tau(x=0) = \tau_A \quad \sigma(x=L) = 0$$

$$C2 = \frac{\tau_A}{tp \cdot \Omega_1} \quad C1 = -\frac{\tau_A}{tp \cdot \Omega_1} \cdot \frac{\sinh(\Omega_1 \cdot L)}{\cosh(\Omega_1 \cdot L)}$$

$$\sigma(x) = -\frac{\tau_A}{tp \cdot \Omega_1} \cdot \frac{\sinh[\Omega_1 \cdot (L-x)]}{\cosh(\Omega_1 \cdot L)} \quad \dots(3.20)$$

$$\tau(x) = \tau_A \cdot \frac{\cosh[\Omega_1 \cdot (L-x)]}{\cosh(\Omega_1 \cdot L)} \quad \dots(3.21)$$

3/30/2007



particularizando la ecuación 3.20 para $x=0$

$$\sigma(x=0) = -\frac{\tau_A}{t_p \cdot \Omega_1} \cdot \frac{\sinh[\Omega_1 \cdot (L-0)]}{\cosh(\Omega_1 \cdot L)} = -\frac{\tau_A}{t_p \cdot \Omega_1} \cdot \tanh(\Omega_1 \cdot L)$$

$$P_A = \frac{\tau_A \cdot b_p}{\Omega_1} \cdot \tanh(\Omega_1 \cdot L) \quad \dots(3.23)$$

Usando la ecuación 3.23, el esfuerzo cortante y de tensión (mediante las Ecuaciones 3.20 y 3.21) pueden ser expresados como función de la carga aplicada en el extremo de la platina.

$$\sigma(x) = \frac{1}{P_A \cdot t_p \cdot b_p} \cdot \tanh(\Omega_1 \cdot L) \cdot \frac{\sinh[\Omega_1 \cdot (L-x)]}{\cosh(\Omega_1 \cdot L)} \quad \dots(3.20a)$$

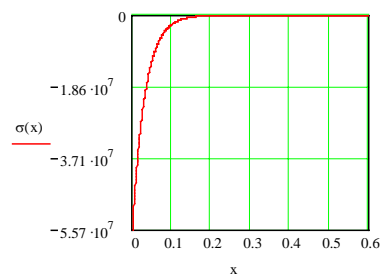
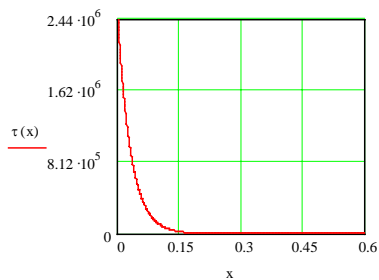
$$\tau(x) = \frac{\Omega_1}{P_A \cdot b_p} \cdot \tanh(\Omega_1 \cdot L) \cdot \frac{\cosh[\Omega_1 \cdot (L-x)]}{\cosh(\Omega_1 \cdot L)} \quad \dots(3.21a)$$

Estas ecuaciones son validas hasta τ_A , siempre y cuando $\tau_A \leq \tau_{LM}$. En ese momento la fuerza transferida, la cual esta dada por la ecuación 3.25 alcanza el máximo que es:

$$P_A = b_p \cdot \sqrt{2 \cdot (G_p)^t \cdot E_p \cdot t_p} \cdot \tanh(\Omega_1 \cdot L) \quad \dots(3.25)$$

3/30/2007

Esfuerzos en el Estado 1



3/30/2007

Estado 2

Para la Zona I: $x_{LM} \leq x \leq L$

$$\sigma(x) = \frac{\tau_{LM}}{tp \cdot \Omega_1} \frac{\sinh[\Omega_1 \cdot (L - x)]}{\cosh[\Omega_1 \cdot (L - x_{LM})]}$$

$$\tau(x) = \tau_{LM} \frac{\cosh[\Omega_1 \cdot (L - x)]}{\cosh[\Omega_1 \cdot (L - x_{LM})]}$$

Para la zona II: $0 \leq x \leq x_{LM}$

$$\frac{d^2}{dx^2} \sigma(x) + (\Omega_2)^2 \cdot \sigma(x) = 0$$

$$\lambda^2 + (\Omega_2)^2 = 0 \quad \lambda_1 = 0 + \Omega_2 \cdot i \quad \lambda_2 = 0 - \Omega_2 \cdot i$$

Las condiciones de borde:

$$\tau(x = x_{LM}) = \tau_{LM} \quad \tau(x = 0) = \tau_B$$

Luego la solución es:

$$\sigma(x) = \frac{\tau_{LM}}{tp \cdot \Omega_2} \frac{1}{\sin(\Omega_2 \cdot x_{LM})} \left[\frac{\tau_B}{\tau_{LM}} \cdot \cos[\Omega_2 \cdot (x_{LM} - x)] - \cos(\Omega_2 \cdot x) \right]$$

$$\tau(x) = \frac{\tau_{LM}}{\sin(\Omega_2 \cdot x_{LM})} \left[\frac{\tau_B}{\tau_{LM}} \cdot \sin[\Omega_2 \cdot (x_{LM} - x)] + \Omega_2 \cdot \sin(\Omega_2 \cdot x) \right]$$

3/30/2007

Luego, la coordenada x_{LM} será calculada a partir de igualar σ_p en esta coordenada.

Zona I	Zona II
$\frac{\tau_{LM}}{tp \cdot \Omega_1} \frac{\sinh[\Omega_1 \cdot (L - x_{LM})]}{\cosh[\Omega_1 \cdot (L - x_{LM})]}$	$\frac{\tau_{LM}}{tp \cdot \Omega_2} \frac{1}{\sin(\Omega_2 \cdot x_{LM})} \left[\frac{\tau_B}{\tau_{LM}} \cdot \cos[\Omega_2 \cdot (x_{LM} - x_{LM})] - \cos(\Omega_2 \cdot x_{LM}) \right]$

$$\frac{\tau_B}{\tau_{LM}} = \left(\frac{\Omega_2}{\Omega_1} \right) \cdot \tanh[\Omega_1 \cdot (L - x_{LM})] \cdot \sin(\Omega_2 \cdot x_{LM}) - \cos(\Omega_2 \cdot x_{LM}) \quad \dots (3.30)$$

Particularizando la ecuación 3.28 para $x=0$ ó integrando el esfuerzo cortante a lo largo de la interfase, la fuerza transferida entre el concreto y la platina FRP puede ser obtenida como una función del esfuerzo cortante tB .

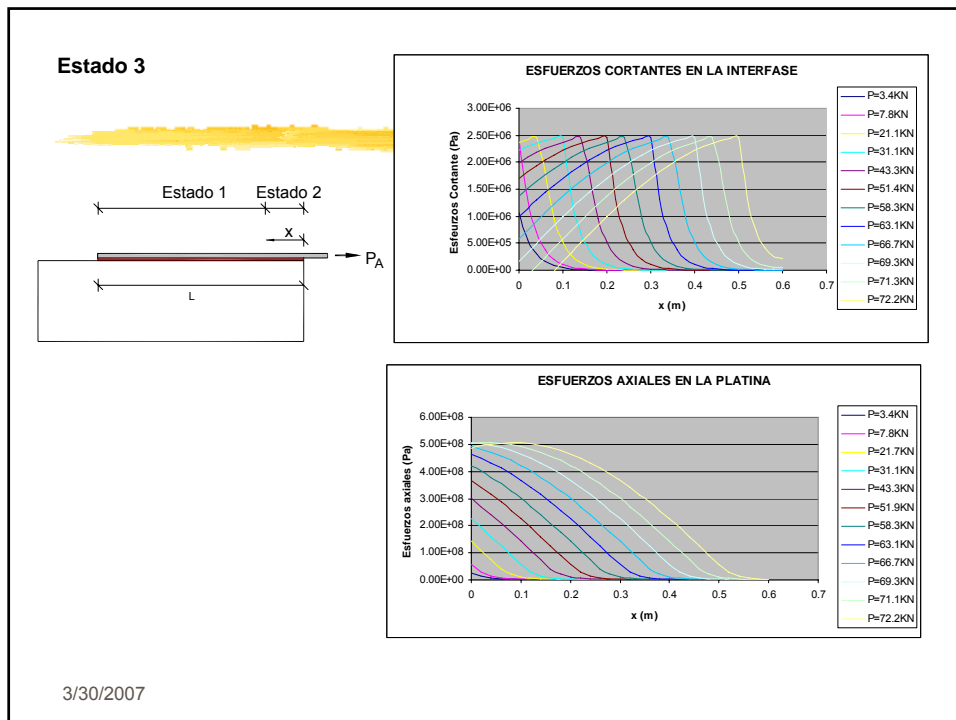
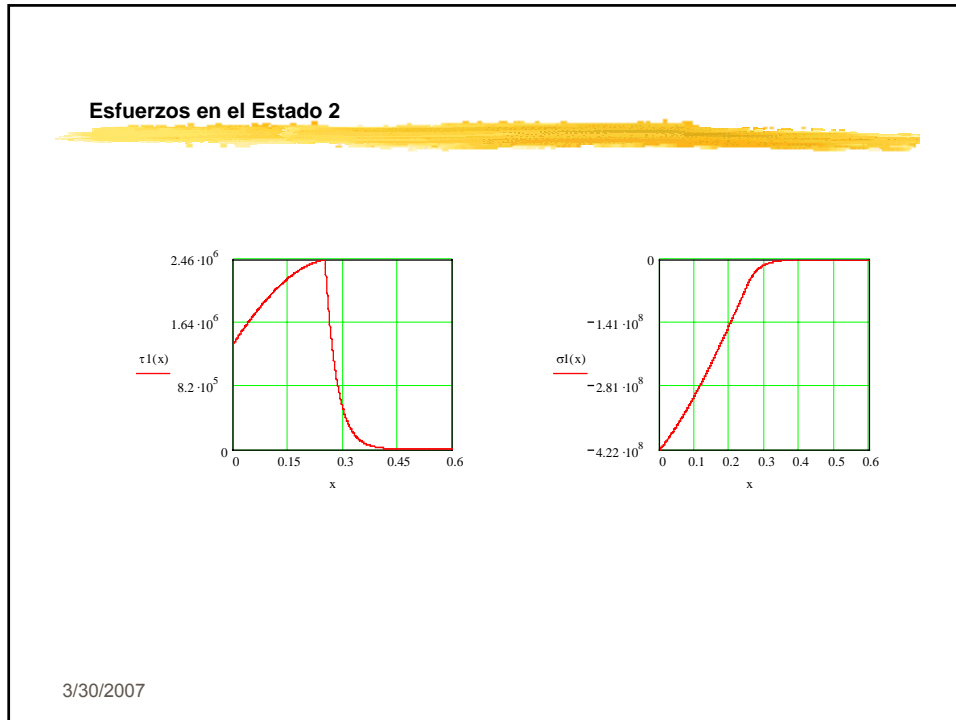
$$P_B = bp \cdot \left[\frac{\tau_{LM}}{\Omega_2} \frac{1}{\sin(\Omega_2 \cdot x_{LM})} \left[1 - \frac{\tau_B}{\tau_{LM}} \cdot \cos[\Omega_2 \cdot (x_{LM})] \right] \right]$$

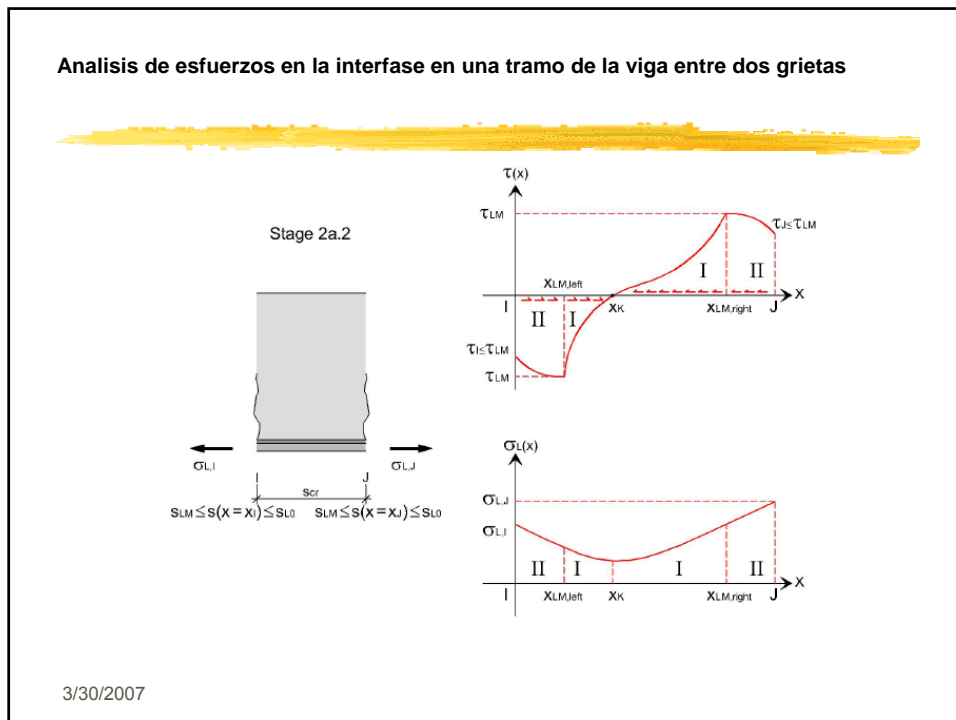
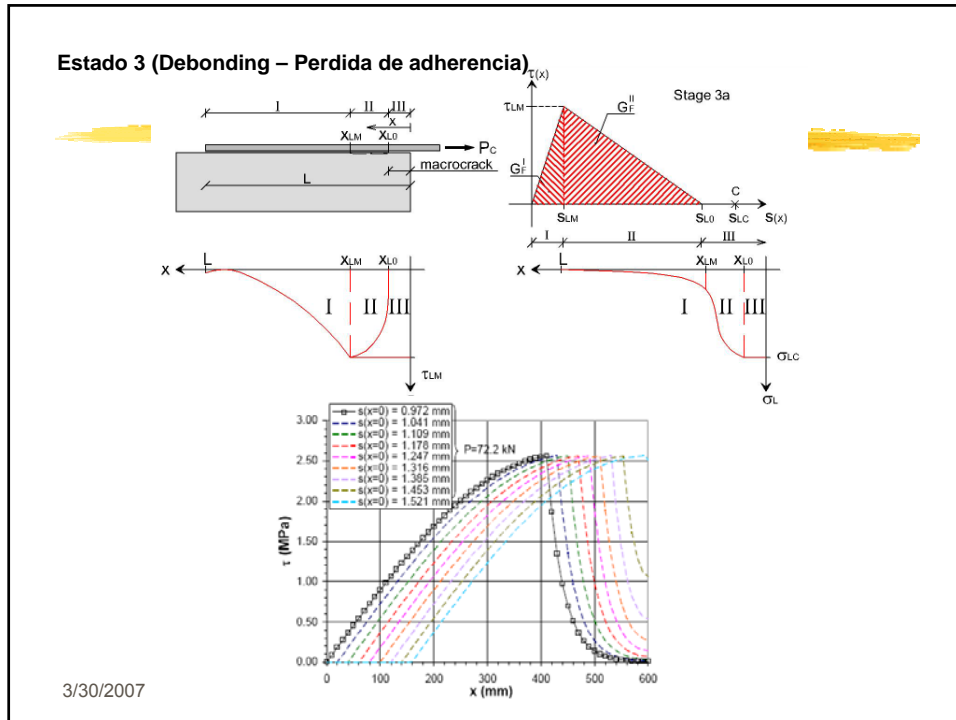
La fuerza aplicada puede ser expresada como una función de la energía de fractura que se pueda desarrollar hasta ese momento.

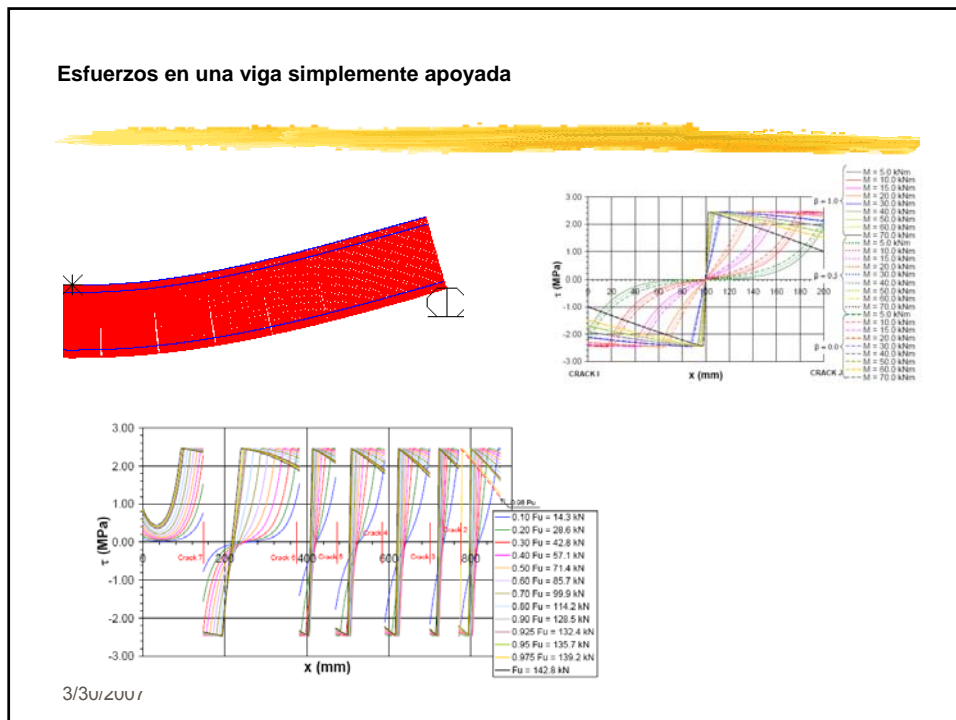
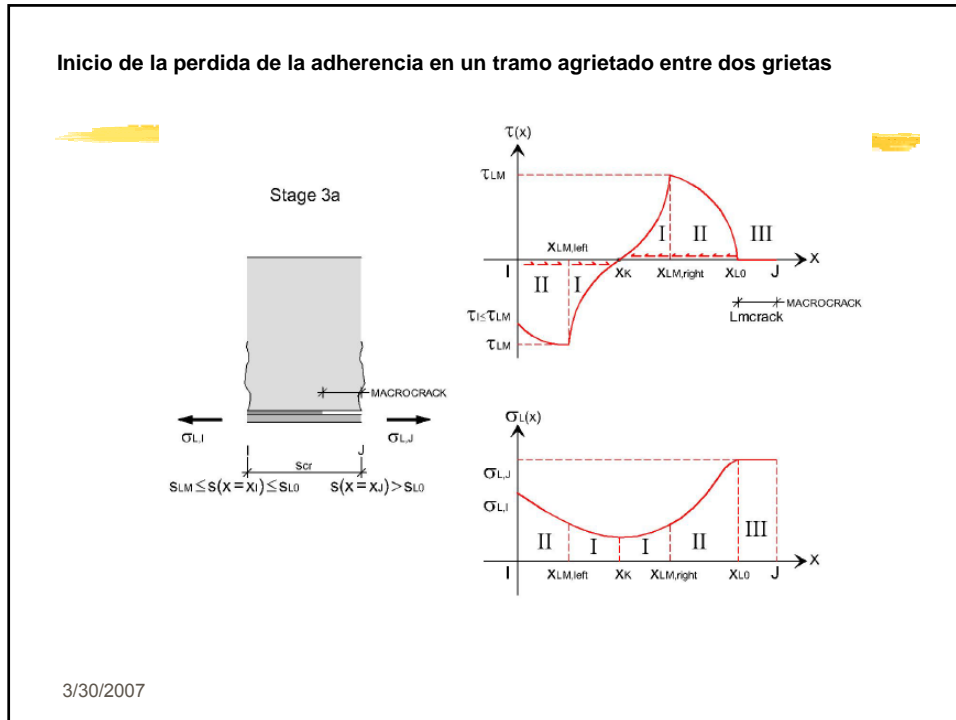
$$P_B = b_p \cdot \left[\sqrt{2 \cdot (G_F)^I \cdot E_p \cdot t_p \cdot \tanh[\Omega_1 \cdot (L - x_{LM})]} \cdot \cos(\Omega_2 \cdot x_{LM}) + \sqrt{2 \cdot (G_F)^{II} \cdot E_p \cdot t_p \cdot \sin(\Omega_2 \cdot x_{LM})} \right]$$


El estado 2 solo será valido tanto como el esfuerzo cortante en el extremo cargado sea mayor que cero ($\tau_B > 0$) y la longitud de la zona II, x_{LM} , sea menor que la longitud de la platina. Estos límites serán analizados en la siguiente sección.

3/30/2007









Objetivo de la tesis

proponer algún método energético para el calculo del
reforzamiento externo con platinas de fibras de carbono

3/30/2007



Muchas Gracias

3/30/2007

